

الفصل السادس المتتابعات

المتتابعات العددية

الأهداف الرئيسية :

اتعرف على المتتابعة : المتتابعة مجموعة من الاعداد مرتبة في نمط محدد او ترتيب معين و يسمى كل عدد في المتتابعة **حدا** .

منتهية 3,6,9,12,15

حد

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

3,6,9,12,15,.....

غير منتهية

المتتابعات

المتتابعة الحسابية : لو نظرنا الى المتتابعة 2,5,8,11,14,..... نلاحظ ان

= الحد الثاني – الحد الاول

= الحد الثالث – الحد الثاني

= الحد الرابع – الحد الثالث = وهكذا

المتتابعة الحسابية :

هي عبارة عن متتابعة يكون فيها الفرق بين كل رقم و سابقة يساوي مقدار ثابت ، ويسمى المقدار الثابت بأساس المتتابعة الحسابية و يرمز له بالرمز d

تعريف أساس المتتابعة الحسابية :

هو الفرق بين اي حد و سابقة اي

$$d = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$$

$$u_{n+1} - u_n = d$$

الحد النوني لمتتابعة حسابية : اذ كان لدينا متتابعة حسابية اساسها d وحدها الاول a فنجد ان

$$u_2 = a + d$$

$$u_3 = u_2 + d = a + d + d = a + 2d$$

$$u_4 = u_3 + d = a + 2d + d = a + 3d$$

.....

$$u_n = a + (n - 1)d$$

اي ان الحد النوني لمتتابعة حسابية هو $u_n = a + (n - 1)d$

a) 1, 2, 3, 4, 5,

b) 3, -1, -5, -9,

c) 2, 6, 11, 18,

d) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1, \dots$

الحل: a) 1, 2, 3, 4, 5,

نلاحظ ان $1 = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$

اذن هي متتابعة حسابية اساسها $d=1$ وحدها الاول $a=1$

b) 3, -1, -5, -9,

$-4 = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$

اذن هي متتابعة حسابية اساسها $d=-4$ وحدها الاول $a=3$

c) 2, 6, 11, 18,

نجد ان $u_2 - u_1 = 4$ بينما $u_3 - u_2 = 5$

لذلك $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$

اذن المتتابعة ليست حسابية

b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1, \dots$

$u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \frac{1}{6}$ وبالتالي $u_2 - u_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$

اذن هي متتابعة حسابية اساسها $d=\frac{1}{6}$ وحدها الاول $a=\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, \dots$

$u_3 - u_2 = 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

$u_2 - u_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$

اذن هي متتابعة حسابية

مثال: اوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة الحسابية 3,7,11,15,.....

الحل:

متتابعة حسابية حده الاول $a=3$ و اساسها $d=4$

الحد النوني هو $u_n = a + (n - 1)d$

$$u_{15} = 3 + (15 - 1)(4)$$

$$= 3 + (14)(4)$$

$$= 3 + 56$$

$$= 59$$

مثال: اوجد الحد u_{51} في المتتابعة الحسابية 2,9,16,.....

الحل:

متتابعة حسابية الاول $a=2$ و اساسها $d=7$

الحد النوني $u_n = a + (n - 1)d$

$$u_{51} = 2 + (51 - 1)(7)$$

$$= 2 + (50)(7)$$

$$= 2 + 350$$

$$= 352$$

مجموع n حدا من متتابعة حسابية

مجموع n حدا من متتابعة حسابية نرمز له بالرمز S_n و يعطى بالقانون :

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

N عدد الحدود المراد جمعها

a الحد الاول

d اساس المتتابعة

صيغة اخرى : اذا كان لدينا الحد الاول a والاخير l من متتابعة حسابية فيمكن استخدام القانون :

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

مثال : اوجد مجموع الثمانية حدود الاولى من المتتابعة الحسابية 5,9,13,17,...

من المعطيات نجد ان $d=4$, $a=5$, $n=8$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] \text{ في التعويض في}$$

$$S_8 = \frac{8}{2} [2(5) + (8 - 1)(4)] \Rightarrow 4[10 + 28] \rightarrow 4[38] = 152$$

مثال: اوجد مجموع العشرة الحدود الاولى من المتتابعة التالية 4,7,10,....

من المعطيات نجد ان $d=??$, $a=??$, $n=10$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] \text{ في التعويض في}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2(4) + (10 - 1)(3)] \Rightarrow 5[8 + (9)(3)] \Rightarrow 5[8 + 27] \Rightarrow 5[35] = 175$$

مثال: اوجد مجموع المتتابعة الحسابية 3,7,11,.....,35

لايجاد المجموع لابد ان نعرف عدد الحدود اي نعرف رتبة الحد 35

$$u_n = a + (n - 1)d \text{ من قانون الحد النوني}$$

$$35 = 3 + (n - 1)(4)$$

$$35 = 3 + 4n - 4$$

$$35 = 4n - 1$$

$$36 = 4n$$

$$N = 9$$

نستخدم القانون لايجاد المجموع حيث $d=4$, $n=9$, $a=3$

$$S_9 = \frac{9}{2} [2(3) + (9 - 1)(4)] \Rightarrow \frac{9}{2} [6 + 32] = \frac{9}{2} [38] = 9[19] = 171$$

مثال: اوجد اربعة اوساط حسابية بين العددين 1,21

$$1, \#, \#, \#, \#, 21$$

من المعطيات نجد ان عدد جميع حدود المتتابعة هو 6

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$u_6 = 1 + (6 - 1)(d) \rightarrow 21 = 1 + (5)(d) \rightarrow 21 - 1 = 5d \rightarrow 20 = 5d \rightarrow d = 4$$

$$1, 5, 9, 13, 17, 21$$

مثال: اوجد 6 اوساط حسابية بين العددين 2,37

2,##,##,##,##,##,37

$$u_n = a + (n - 1)d$$

$$u_8 = 2 + (8 - 1)(d)$$

$$37 = 2 + 7d$$

$$37 - 2 = 7d$$

$$35 = 7d \rightarrow d = 5$$

2,7,12,17,22,27,32,37

e7sas