

الفصل الخامس

حل معادلات خطية في مجهول و مجهولين

الفصل الخامس : حل معادلات من الدرجة الاولى في متغير احد و متغيرين جبريا

الاهداف الرئيسية :

- ❖ حل معادلات خطية من الدرجة الاولى .
 - ❖ حل نظام مكون من معادلتين من الدرجة الاولى في مجهولين جبريا .
- حل معادلات الدرجة الاولى في مجهول واحد : المعادلة من الدرجة الاولى في مجهول واحد في معادله على الصورة .

$$ax + b = 0 ; a, b \in \mathbb{R} , a \neq 0$$

وحل هذه المعادلة يقصد به ايجاد قيمة المتغير X و بالتالي :

- تحقق المعادلة و تجعل المساواة صحيحة .
- او سوف نحصل على قيمه تجعل الطرف الايمن للمعادلة مساويا للطرف الايسر فيها .
- و يكون الحل العام لهذه المعادلة : $X = -\frac{b}{a}$

مثال : اوجد حل المعادلة الآتية :

1) $4X + 20 = 0$

1) $X=4$

2) $X=5$

3) $X=-5$

4) $X=-4$

الحل :

$$\begin{array}{l}
 1) \quad 4x + 20 = 0 \\
 4x = -20 \\
 \frac{4x}{4} = \frac{-20}{+4} \\
 \boxed{x = -5}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 4(-5) + 20 = 0 \\
 -20 + 20 = 0
 \end{array}$$

2) $7X - 2 = 2X + 8$

1) $X = -2$

2) $X = +2$

3) $X = +3$

4) $X = -4$

: الحل

$$2) 7x - 2 = 2x + 8$$

$$7x - 2x = 8 + 2$$

$$5x = 10$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$$

$$x = 2$$

14 - 2 = 4 + 8
12 = 12
e7sas

3) $3X - 10 = 2$

$X = 4$

, 4) $X - 5 = 2X + 3$

$X = -8$

: الحل

$$3) 3X - 10 = 2$$

$$3X = 2 + 10$$

$$3X = 12$$

$$(\div 3) \frac{3X}{3} = \frac{12}{3}$$

$$X = 4$$

$$4) X - 5 = 2X + 3$$

$$X - 2X = 3 + 5$$

$$-X = 8$$

$$(\div -1) \frac{-X}{-1} = \frac{8}{-1} = -8$$

$$X = -8$$

e7sas

مثال : اوجد قيمة المجهول X في كل من :

i) $3^{3x+2} = 27$

$$x = \frac{1}{3}$$

, ii) $2^{2x+2} = 16^2$

$$x = 3$$

الحل :

i) $3^{3x+2} = 27$
 $3 = 3$
 $3x+2 = 3$
 $3x = 3-2$
 $3x = 1$
 $\Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

ii) $2^{2x+2} = 16^2$
 $2 = 2$
 $2x+2 = 4$
 $2x = 4-2 = 2$
 $2x = 2 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow x = 1$

معادلتان خطيتان بمتغيرين :الشكل العام للمعادلتين هو $ax + by = c$, $dx + hy = k$ حيث a, b, c, d, h, k ثوابت معلومة ، و المتغيرين هما X, Y ولهما مجموعه من القيم تحقق المعادلتين

و تسمى مجموعة الحل . وهناك طريقتين لحل هاتين المعادلتين جبريا هما :

! طريقة الحذف ، !! طريقة التعويض

أولا : طريقة الحذف :

وذلك بحل المعادلتين مع بعضهما بغرض حذف احد المتغيرين من المعادلتين ثم نوجد قيمة المتغير الثاني ، وبعد ذلك نعوض في احدى المعادلتين لا يجاد المتغير الاخر .

مثال ١: اوجد حل المعادلتين الاتيتين جبريا باستخدام طريقة الحذف :

$$2X + Y = 9$$

$$, 3X - Y = 16$$

$$!) (X, Y) = (5, -1)$$

$$, !!)(X, Y) = (5, +1)$$

$$!!!)(X, Y) = (-5, -1)$$

$$!!!!)(X, Y) = (-5, -1)$$

طريقة الحل :

$$\begin{array}{r} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 16 \\ \hline 5x = 25 \\ \hline \frac{5x}{5} = \frac{25}{5} \\ \hline \boxed{x = 5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2X + Y = 9 \\ 2(5) + Y = 9 \\ 10 + Y = 9 \\ Y = 9 - 10 \\ \boxed{Y = -1} \end{array}$$

مثال ٢: حل المعادلتين الاتيتين جبريا باستخدام طريقة الحذف :

$$X - 2Y = -9$$

$$X + 3Y = 16$$

$$\begin{array}{r} -X + 2Y = -9 \\ X + 3Y = 16 \\ \hline 5Y = 25 \\ \hline \frac{5Y}{5} = \frac{25}{5} \\ \hline \boxed{Y = 5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X - 2Y = -9 \\ X - 2(5) = -9 \\ X - 10 = -9 \\ X = -9 + 10 \\ \boxed{X = 1} \end{array}$$

$$2X - Y = 9$$

$$, 3X + 4Y = 14$$

Handwritten solution for the system of equations using the elimination method:

Left side (Elimination of y):

$$\begin{array}{r} 4 \times 2X - 4Y = 9 \times 4 \\ 3X + 4Y = -14 \\ \hline 8X - 4Y = 36 \\ 3X + 4Y = -14 \\ \hline 11X = 22 \\ \frac{11}{11} X = \frac{22}{11} \Rightarrow X = 2 \end{array}$$

Right side (Elimination of x):

$$\begin{array}{r} 2X - Y = 9 \\ 2(2) - Y = 9 \\ \hline 4 - Y = 9 \\ -Y = 9 - 4 \\ -Y = +5 \\ \frac{-Y}{-1} = \frac{+5}{-1} \Rightarrow Y = -5 \end{array}$$

ثانيا: طريقة التعويض :

نعوض بقيمة احد المتغيرين من إحدى المعادلتين في المعادلة الاخرى ، ينتج لدينا معادله خطيه في متغير واحد ، وبحلها نوجد قيمته ، ثم بالتعويض نوجد قيمة المتغير الاخر .

مثال ٤ : حل المعادلتين الاتيتين جبريا باستخدام طريقة التعويض :

$$2X - 3Y = -2 , Y = -4X + 24$$

الحل:

$$2X - 3Y = -2 \dots (1)$$

$$Y = -4X + 24 \dots (2)$$

بالتعويض من المعادلة ٢ في المعادلة ١ نجد ان

$$2X - 3(-4X + 24) = -2$$

$$2X + 12X - 72 = -2 , 14X = 70$$

$$X = 5 \text{ إذن}$$

وبالتعويض عن قيمة $X = 5$ في المعادلة ٢ نجد ان : $Y = -4(5) + 24 = -20 + 24 = 4$

الحل بالشرح :

$$2x - 3y = -2 \dots\dots\dots(1)$$

$$y = -4x + 24 \dots\dots\dots(2)$$

بالتعويض من المعادلة (2) في المعادلة (1) نجد أن:

$$2x - 3(-4x + 24) = -2 \rightarrow$$

$$2x + 12x - 72 = -2$$

$$14x = 70$$

$$x = 5$$

إذن

$$\frac{14x}{14} = \frac{70}{14} \Rightarrow x = 5$$

و بالتعويض عن قيمة $x=5$ في المعادلة (2) نجد أن:

$$y = -4(5) + 24 = -20 + 24 = 4$$

$$y = 4$$

مثال ٥: ما العدان الذي مجموعهما ٧٠ و الفرق بينهما ٢٠؟