

الجذور

قيمة المقدار $\log_3 81$

A)3 B)4 C)5 D) 6

قيمة المقدار $(2100)^0 = \dots$

A)1 B)0 C)2100 D) 100

الجذور التربيعية و التكعيبية

الاهداف الرئيسية :

- ❖ التعرف على الجذور و بعض خصائصها .
- ❖ تبسيط الجذر التربيعي و التكعيب

الجذور التربيعية :

- الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الحقيقي الذي مربعه يساوي a
- اذا كان a عددا موجبا فإن $\sqrt{a} = b$ تعني $a = b^2$

مثال :

$$\sqrt{36} = 6 ,$$

$$\sqrt{(5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$, \sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$, \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

ملاحظات هامة :

$$1- \forall b \geq 0 \Rightarrow a^2 = b \Rightarrow a = \pm\sqrt{b}$$

$$2- \sqrt{a^2} = a$$

$$3- \forall a, b \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a b}$$

$$4- \forall a, b \geq 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

مثال : احسب ما يلي:

$$i) \sqrt{3} \times \sqrt{12} , \quad ii) \sqrt{8100} , \quad iii) \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$i) \sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

$$ii) \sqrt{8100} = \sqrt{81} \times \sqrt{100} = 9 \times 10 = 90 ,$$

$$iii) \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

1- $\forall a \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a^5} = \dots$

- A. $2\sqrt{a+1}$
B. $a^2\sqrt{a}$
C. $a\sqrt{a}$
D. $2\sqrt{a}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sqrt{a^5} &= \sqrt{a^4 \times a^1} \\ &= \sqrt{a} \sqrt{a^4} \\ &= \sqrt{a} (a^4)^{1/2} \\ &= \sqrt{a} a^2 \\ &= a^2 \sqrt{a}\end{aligned}$$

2- $\forall a, b \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a^2 b^3} = \dots$

- a) $ab \sqrt{a}$
b) $b \sqrt{ab}$
c) $a^2 b \sqrt{b}$
d) $ab \sqrt{b}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \sqrt{a^2 b^3} &= \sqrt{a^2} \sqrt{b^3} \\ &= \sqrt{a^2} \sqrt{b^1 b^2} \\ &= a b \sqrt{b^1}\end{aligned}$$

مثال اختصر كل من :

1. $2\sqrt{18} + \sqrt{32}$

- a) $5\sqrt{2}$, b) $5\sqrt{10}$, c) $6\sqrt{2}$ d) $10\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2\sqrt{18} + \sqrt{32} &= \\ &= 2\sqrt{2 \times 9} + \sqrt{2 \times 16} \\ &= 2\sqrt{2 \times 3^2} + \sqrt{2 \times 4^2} \\ &= 2 \times 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2}\end{aligned}$$

2. $3\sqrt{27} - 5\sqrt{48}$

- a) $-11\sqrt{3}$, b) $11\sqrt{3}$, c) $3\sqrt{11}$, d) $2\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 3\sqrt{27} - 5\sqrt{48} &= \\ &= 3\sqrt{3 \times 9} - 5\sqrt{3 \times 16} \\ &= 3\sqrt{3 \times 3^2} - 5\sqrt{3 \times 4^2} \\ &= 3 \times 3\sqrt{3} - 5 \times 4\sqrt{3} \\ &= 9\sqrt{3} - 20\sqrt{3} \\ &= -11\sqrt{3}\end{aligned}$$

3. $b\sqrt{64a^3b} + a\sqrt{49ab^3}$

a) $-3ab\sqrt{ab}$, b) $ab\sqrt{ab}$, c) $15ab\sqrt{ab}$, d) $3ab\sqrt{ab^3}$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow b\sqrt{64a^3b} + a\sqrt{49ab^3} \\ &= b\sqrt{8^2 a a^2 b} + a\sqrt{7^2 ab b^2} \\ &= b \times 8 a\sqrt{ab} + a \times 7b\sqrt{ab} \\ &= 8 ab\sqrt{ab} + 7 ab\sqrt{ab} \\ &= 15 ab\sqrt{ab} \end{aligned}$$

قاعده : ضرب مجموع جذرين تربيعيين بالفرق بينهما = الفرق بين مربعي الجذرين

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b : \text{أي أن}$$

مثال : اوجد ناتج مايلي :

1. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b \\ &= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

2. $(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b \\ &= (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2 = 7 - 5 \\ &= 2 \end{aligned}$$

3. $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 \\ &= (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 \\ &= 4 \times 3 - 5 \\ &= 12 - 5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

- الجذر التكعيبي للعدد a هو العدد الحقيقي الذي مكعبه يساوي a
- إذا كان a عددا صحيحا فإن $\sqrt[3]{a} = b$ تعني $a = b^3$

ملاحظات:

$$1- \forall a, b \in \mathcal{R} \Rightarrow \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$$

$$2- \forall a, b \in \mathcal{R} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$$

مثال :

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$, \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

$$, \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

$$, \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{4}{3}$$

مثال: احسب ما يلي

$$i) \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25} \quad , \quad ii) \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$i) \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5 \times 25} = \sqrt[3]{125} = 5$$

$$ii) \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

مثال: اختصر كل من :

$$\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16}$$

$$= \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{27 \times 2} + \sqrt[3]{8 \times 2} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} + \sqrt[3]{2^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} = 5\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{27X^3Y} + \sqrt[3]{125XY^3}$$

$$= \sqrt[3]{27X^3Y} + \sqrt[3]{125XY^3} = \sqrt[3]{3^3 \times X^3Y} + \sqrt[3]{5^3XY^3} = 3X\sqrt[3]{Y} + 5Y\sqrt[3]{X}$$

تمارين:

$$\sqrt{16a^2} \times \sqrt{64a^2} =$$

a) $32\sqrt{a}$, b) $16\sqrt{a}$, c) $32a$, d) $32a^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{16a^2} \times \sqrt{64a^2} \\ &= 4a \times 8a \\ &= 32a^2 \end{aligned}$$

$$\sqrt[3]{27a^3} \times \sqrt{100a^2} =$$

a) $32\sqrt{a}$, b) $16\sqrt{a}$, c) $30a^2$, d) $32a^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt[3]{27a^3} \times \sqrt{100a^2} \\ &= \sqrt[3]{3^3a^3} \times \sqrt{10^2a^2} \\ &= 3a \times 10a \\ &= 30a^2 \end{aligned}$$

$$\sqrt{36a^4} \times \sqrt{64a^2} =$$

a) $42a^3\sqrt{a}$, b) $42\sqrt{a}$, c) $42a^3$, d) $42a^2$

$$\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{24a} =$$

a) $3\sqrt{a}$, b) $-\sqrt[3]{3a}$, c) $\sqrt[3]{27a}$, d) $\sqrt[3]{3a}$

سعادة الناس في أن يستريحوا، وراحتهم في أن يعملوا.

E7sas