جامعة الإمام عبدالرحمن بن فيصل
IMAM ABDULRAHMAN BIN FAISAL UNIVERSITY

عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد

كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

إدارة أعمال – المستوى الأول

مقرر مبادئ الرياضيات

جزئية الإختبار الفصلي

الفصل الثاني ١٤٣٨هـ

دكتور المادة : د. حسن الفيفي

الفصل الأول

المجموعات والعمليات عليها

الاهداف الرئيسة –key objectives

- التعرف على المجموعة ومعرفة خصائصها
- تمييز بين طرق التعبير عن المجموعات
- التفريق بين الانتماء والاحتواء
- معرفة اهم العمليات الاساسية على المجموعات وطرق تمثيلها

المجموعات – sets

المجموعة :

- هي تجمع من الاشياء المختلفة المعرفة تعريفا جيدا.
- هذه الاشياء تسمى عناصر المجموعة ويشترط ان تكون المجموعة محددة تماما بمعنى انه يمكن الحكم على أي شئ معطى هل هو ضمن عناصر المجموعة ام لا من غير اختلاف في ذلك الحكم .

الترميز :

- نرمز للمجموعات بحروف انجليزية كبيرة مثل ....A , B , C
- وللعناصر بحروف انجليزية صغيرة مثل .... a , b ,c

ملاحظه :

لا يجوز التكرار في عناصر المجموعة ،

لا نهتم بترتيب عناصر المجموعة.

كيف تكتب المجموعة : A ={1,2,3,4,a,b,…………….}

<u>هناك بعض المجموعات لها رموز خاصة بها مثل :</u>

نرمز لمجموعة الأعداد الطبيعية بـ : N

N={0,1,2,3,4,………..}

مجموعة الاعداد الصحيحة ويرمز لها بالرمز Z

Z={…….,-2,-1,0,1,2,……..}

مجموعة الأعداد النسبية نرمز لها بـ : Q

مجموعة الأعداد الحقيقية نرمز لها بـ : R

الرجاء التركيز على طريقة كتابة قوس المجموعة { }

القوس الدائري() يسمى زوج مرتب وله تعريف ثاني

انواع المجموعات :

- **المجموعة المنتهية :** هي المجموعة التي يمكن تحديدها او يمكن الانتهاء من عد عناصرها **مثل : $A=\{1,2,3\}$**
- **المجموعة الغير منتهية :** هي المجموعة التي لا يمكن الانتهاء من عد عناصرها وبالتالي لا يمكن كتابتها بذكر جميع هذه العناصر **مثل : $B=\{2,3,4,....\}$**

> **ملاحظة :** الرمز (^) يقرأ (و) بينما الرمز (v) يقرأ (او)

- **المجموعة الشاملة:** هي مجموعة جميع العناصر المتاحة ، وتكون أي مجموعة اخرى هي مجموعة جزئية منها .
  مثال : المجوعة $U=\{0,1,2,3,4,5\}$ تصلح ان تكون مجموعة شاملة للمجموعات **الاتية :**
  $A=\{0,1,2\}$, $B=\{0,1,2,3,5\}$, $C=\{4,5\}$
  لأنها تحتوي على جميع العناصر الموجودة في هذه المجموعات .
- **المجموعة الخالية :** هي المجموعة التي لا تحتوي على أي عناصر ويرمز لها بالرمز Ø او { }

> **قاعده مهمة :**
> - المجموعة الخالية هي مجموعة جزئية من أي مجموعة ،،
> - المجموعة الخالية وحيدة .

- **المجموعة الاحادية :** هي المجموعة المكونة من عنصر واحد .
  $A=\{b\}$, $B=\{5\}$
- **المجموعة المتممة :** اذا كانت U مجموعة شاملة و **$A \subset U$** فان متممة A نرمز لها بالرمز A^c وهي مجموعة العناصر التي تنتمي الى كما وتعرف A الى تنتمي ولا U يلي : $A^c=\{x : x \in U \ \land \ x \notin A\}$
  مثال : اذا كانت :
  $B=\{3,4,6,7\}$ **,** $A=\{2,4,6\}$, $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ اوجد A^c ,B^c ,$(A^c)^c$
  الحل : $A^c=\{1,3,5,7,8,9\}$
  $B^c=\{1,2,5,8,9\}$
  $(A^c)^c=\{2,4,6\}=A$
  تمرين : في المثال السابق اوجد $(B^C)^C$

الانــتـمــاء :

اذا كانت Aمجموعة وكان a عنصرا منها فأننا نقول ان : a ينتمي الى المجموعة A ويكتب $a \in A$.
اما اذا وجد عنصر b ليس من ضمن عناصر A فأننا نقول ان : العنصر b لا ينتمي الى المجموعة A ويكتب $b \notin A$.

طرق التعبير عن مجموعة :

هناك ثلاث طرق تستخدم غالبا للتعبير عن مجموعة معينة وهي :

a) **طريقة سرد العناصر** : وذلك عندما يكون عدد عناصر المجموعة A منتهيا بحيث يمكن كتابة جميع العناصر في الصورة
$A=\{.,.,.,.,....\}$
مثال : $A=\{1,2,3,4,5\}$

b) **طريقة الصفة المميزة** : وتستخدم هذه الطريقة اذا وجدت خاصية معينة تميز عناصر المجموعة عن غيرها من العناصر .
مثال : اكتب المجموعة $A=\{2,3,4,5,6,7,8\}$ بطريقة الصفة المميزة !
الحل : $A= \{x : 2 \le x \le 8,$ عدد طبيعي $x\}$

c) **طريقة التسلسل المنطقي** : وتستخدم اذا كان عدد العناصر كبيرا او غير منته .
مثال : عند كتابة مجموعة الاعداد الفردية الموجبة فأننا نكتب : $O=\{1,3,5,7,....\}$
وعند كتابة الاعداد المحصورة بين 100 و1 فأننا نكتب $B=\{1,2,.........,100\}$

امثلة متنوعة :

١ – اكتب كلا من المجموعات الاتية بطريقة السرد :

i. $A=\{x : (x\in N) \wedge (5< x < 10)\}$
ii. $B=\{x : (x \in N) \wedge 5 \le x \le 10\}$

الحل :
1- $A=\{6,7,8,9\}$
2- $B=\{5,6,7,8,9,10\}$

٢- اكتب كلا من المجموعات الاتية بطريقة السرد :

i. $A=\{2,4,6,8,10\}$
ii. $B=\{5,10,15,...\}$

الحل : $A=\{x : (x \in N) \wedge (2\le x\le 10) \wedge x$ عدد زوجي

$B=\{x : x \in N \wedge 5x$ مضاعفات$\}$

تمرين : اكتب المجموعة الاتية بطريقة الصفة المميزة : $C=\{2,3,4,6\}$

العمليات على المجموعات :

الاحتواء :

نقول ان المجموعة A تحتوي المجموعة B او (المجموعة B محتواه في المجموعة A) اذا كان : كل عنصر من عناصر B ينتمي الى A ونكتب ذلك رمزيا بالشكل $B \subset A$

ملاحظات :

١- المجموعة B محتواه في المجموعة Aونعبر عنها احيانا بقولنا ان B جزئية من A

٢- اذا كانت لا ينتمي A بحيث يوجد على الاقل عنصر في $A \subset B$ الى **B** فأننا نقول ان B مجموعة جزئية فعلية من A وتكتب $B \subset A$

تساوى مجموعتين :

تتساوى المجموعتان A,B اذا كان كل عنصر من A ينتمي الى Bوكان كل عنصر الى من Bينتمي الى A أي ان A, B لهما نفس العناصر .

مثال : $B=\{2,7,5,9\}$, $A=\{2,5,7,9\}$

$$A=B$$

التقاطع :

اذا كانت A,B مجموعتين ، نعرف تقاطع هاتين المجموعتين بانه مجموعة العناصر المشتركة بين A,B ونرمز لذلك بالرمز $A \cap B$ أي ان : $A \cap B=\{x : x \in A \wedge x \in B\}$

مثال : اذا كانت $A=\{2,4,5,6\}$, $B=\{2,5,7\}$

$$A \cap B =\{2,5\}$$

الاتحاد :

اذا كانت $B=\{2,5,7\}$, $A=\{2,4,5,6\}$

$$A \cup B =\{2,4,5,6,7\}$$

الفرق :

نعرف الفرق بين المجموعتين A,B بأنه مجموعة عناصر A التي لا تنتمي الى B ، ونرمز له بالرمز A-B أي ان :

$$A-B =\{ x:x \in A \wedge x \notin B\}$$

مثال : اذا كانت $B=\{ 2,5,7\}$, $A=\{1,2,4,6\}$

الحل : $A-B = \{1,4,6\}$

تمرين : اوجد B-A في المثال السابق!

الفرق التناظري

الفرق التناظري بين المجموعتين A,B والذي نرمز له بالرمز $A\Delta B$ بأنه : جميع العناصر التي تنتمي الى A ولا تنتمي الى B اتحاد جميع العناصر التي تنتمي الى B ولا تنتمي الى A : $A\Delta B = (A-B) \cup (B-A)$

ملاحظة : $A\Delta B = B\Delta A$

$A\Delta A = \emptyset$

$A\Delta \emptyset = A$

خواص العمليات على المجموعات

الخاصية	التقاطع	الاتحاد
الابدال	$A \cap B = B \cap A$	$A \cup B = B \cup A$
التجميع	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
التوزيع	$C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B)$	$C \cup (A \cap B) = (C \cup A) \cap (C \cup B)$
قانون ديمورجان	$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$	$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

مثال : اذا كانت $B=\{2,5,7\}$, $A=\{1,2,4,6\}$ فأن :

$A-B=\{1,4,6\}$, $B-A=\{5,7\}$

$A\Delta B=\{1,4,5,6,7\}$

مثال : ضع رمزا من الرموز التالية مكان النقاط لتحصل على عبارة صحيحة ($\neq$ ، = ، $\not\ni$ ، $\in$ ، $\subseteq$)

i. $2 \ldots \notin \ldots \{3,5,7\}$
ii. $\{3,5\} .. = \ldots \{5,3\}$
iii. $\{6\} \ldots \subseteq \ldots \{4,5,6\}$

مثال : ما قيمة x التي تجعل العبارات الاتية صحيحة

i. $\{3,7\} \subset \{x,3,5\}$ ..... x=7
ii. $\{2,3,x\} = \{6,3,2\}$ ..... x=6
iii. $\{x,1\} \subset \{4,1,7,9\}$ ..... x=4 or x=7 or x=9

مثال : اذا كان لدينا $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A=\{2,4,6\}$ $B=\{3,4,6,7\}$

فأوجد : A^c , B^c , $(A^c)^c$, (AUA) , $(B\cap B^c)$

$A^c=\{1,3,5,7,8\}$

$B^c=\{1,2,5,8\}$

$(A^c)^c=\{2,4,6\}=A$

$(AUA)=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}=U$

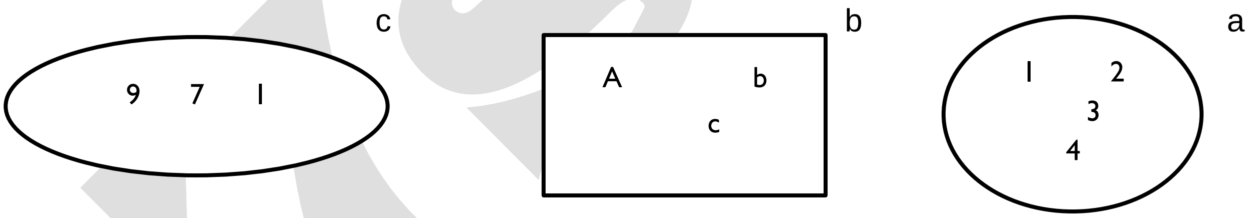
$(B\cap B^c)=\phi$

في المثال السابق اوجد($A\cap A$) ، $(B^c)^c$

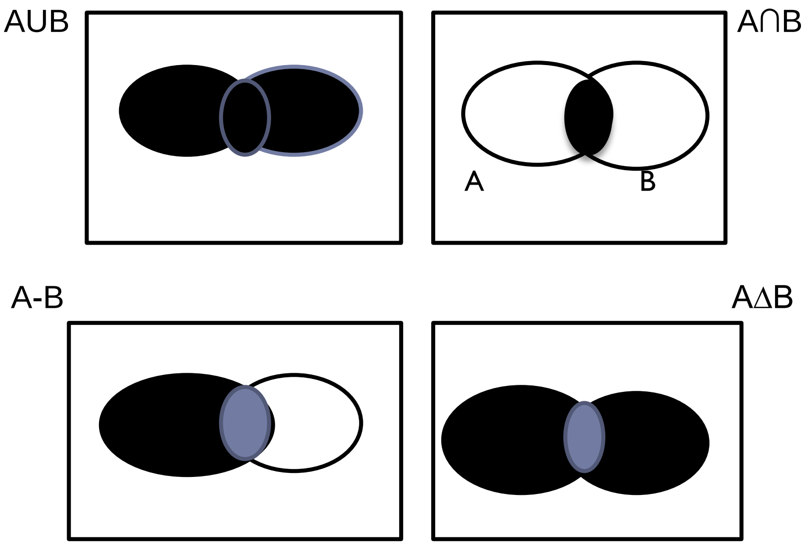
<u>تمثيل المجموعة على شكل فن :</u>

لقد مثل فن المجموعة بمساحة مستوية محاطة بمنحنى مغلق لا يتقاطع مع نفسه . ويعرف الشكل للمجموعة بشكل فن venn diagram

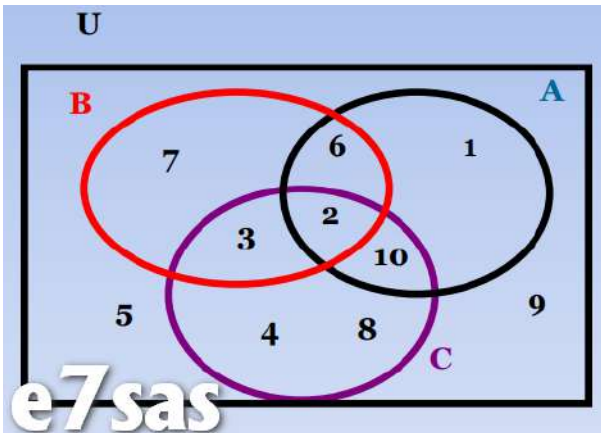
مثال : الاشكال الاتية تعتبر تمثيلا لبعض المجموعات :



مثال : باستخدام اشكال فن ، ظلل المجموعات التالية : $A\Delta B$, $A-B$, $A\cap B$, AUB



مثال : اذا كان : $U=\{X:(X \in N) \wedge 1 \leq X<11\}$ مجموعة شاملة وكانت A ,B, C مجموعات جزئية من U حيث :
$A=\{1,2,6,10\}$, $B=\{2,3,6,7\}$, $C=\{2,3,4,8,10\}$ "ارسم شكل فن للمجموعات السابقة "



الحل : $A \cap B \cap C = \{2\}$

$B \cap C=\{2,3\}$

$(B \cap C)^{C}=\{1,4,5,6,7,8,9,10\}$

$A-B=\{1,10\}$

$A \Delta B = \{1,3,7,10\}$

تمرين: اذا كان $A=\{2,4,6,8,10\}$ $B=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ اوجد :

1) $A \cap B$ 3) $A \cup B$
2) $A - B$ 4) $B - A$ 5) $A \Delta B$

1) $A \cap B = \{2,4,6\}$
2) $A - B = \{8,10\}$
3) $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,10\}$
4) $B - A = \{1,3,5,7\}$
5) $A \Delta B = \{1,3,5,7,8,10\}$

تمرين : اذا كان $A=\{1,2,4,6,a,h\}$ ، $B=\{0,2,3,h\}$

اوجد :

i) $A \cap B$, ii) $A \cup B$
iii) $A - B$, v) $B - A$

سبحان الله وبحمده ، سبحان الله العظيم

مجموعات الاعداد + تمارين

الأهداف الرئيسية :

التعرف على مجموعات الاعداد المختلفة .

التمييز بين مجموعات الاعداد و العلاقة بين المجموعات .

١- مجموعة الاعداد الطبيعية Natural numbers :
نرمز لمجموعة الاعداد الطبيعية بالرمز N و تكون في الصورة : N={1,2,3,….} و اذا احتوت على الصفر تكتب على الصورة N_0={0,1,2,3,…}
نلاحظ أن :
١- مجموعة الاعداد الطبيعية ليست خاليه .
٢- مجموعة الاعداد الطبيعية غير منتهيه .
٣- لا يوجد عدد طبيعي قبل الصفر .

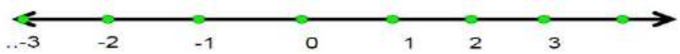
تريب الأعداد الطبيعية على خط الأعداد : الأعداد الطبيعية مرتبه على الشكل :

0<1<2<3<4<5<……<20<21<….. لذلك نمثل الاعداد الطبيعية على خط مستقيم نسميه خط .

نبدأ من نقطه نختارها على المستقيم تمثل الصفر ثم نتبعها بنقاط متتاليه الى جهة اليمين و تتساوى الابعاد بين تلك النقاط كما يلي :

ونلاحظ اننا اذا اخذنا عددا ما على خط الاعداد فكل عدد من يمينه هو اكبر و كل عدد عن يساره هو اصغر منه .

٢- مجموعة الاعداد الصحيحة Integers numbers :
هذه المجموعة تحتوي على الاعداد الصحيحة السالبة و الموجبة و الصفر ولاتحتوي على أي كسور وهي توسيع لمجموعة الاعداد الطبيعية و نرمز لها بالرمز Z و تكون على الصورة
Z= {…,-2,-1,0,1,2,…} .
$Z = Z^+ + \cup \{0\} \cup Z^-$
وتمثل الأعداد الصحيحة على خط الأعداد كالاتي :



خواص مجموعة الأعداد الصحيحة :

١- مجموعه غير منتهيه و مرتبه .
٢- كل عدد طبيعي هو عدد صحيح و العكس غير صحيح .
٣- مجموعة الاعداد الصحيحة لا تحتوي على كسور اعتياديه او عشريه .
٤- الصفر عدد صحيح لا سالب ولا موجب .
٥- الاعداد الصحيحة لا تحتوي علي جذور صماء .

$$0 \notin Z^+, 0 \notin Z^-, \frac{1}{2} \notin Z^+, -\frac{1}{2} \notin Z^-$$
$$N \subset Z, \ \sqrt{5} \notin Z \ , 1.5 \notin Z$$

مثال :. رتب الاعداد الاتيه ترتيبا تصاعديا :

- 3 , 7, -8 , 5 , -10 , -4

الترتيب :

- 11 , 0 , 21 , -15 , 4 , -8 , 6

٣- مجموعة الاعداد الأولية :

تعريف :نقول عن العدد p عدد أولي إذا كان $P > 1$ و كان لا يقبل القسمة الا على نفسه و على العدد ١ .

مثل الاعداد : 11 . 7 . 5 , 3 , 2

ويلاحظ أن :

١- العدد واحد ليس عدد اولي .
٢- العدد ٢ هو العدد الوحيد الزوجي و الاولي في نفس الوقت .
٣- مجموعة الاعداد الأولية مجموعه غير منتهيه .

~~10~~	~~9~~	~~8~~	**7**	~~6~~	**5**	~~4~~	**3**	**2**	~~1~~
~~20~~	**19**	~~18~~	**17**	~~16~~	~~15~~	~~14~~	**13**	~~12~~	**11**
~~30~~	**29**	~~28~~	~~27~~	~~26~~	~~25~~	~~24~~	**23**	~~22~~	~~21~~
~~40~~	~~39~~	~~38~~	**37**	~~36~~	~~35~~	~~34~~	~~33~~	~~32~~	**31**
~~50~~	~~49~~	~~48~~	**47**	~~46~~	~~45~~	~~44~~	**43**	~~42~~	**41**
~~60~~	**59**	~~58~~	~~57~~	~~56~~	~~55~~	~~54~~	**53**	~~52~~	~~51~~
~~70~~	~~69~~	~~68~~	**67**	~~66~~	~~65~~	~~64~~	~~63~~	~~62~~	**61**
~~80~~	**79**	~~78~~	~~77~~	~~76~~	~~75~~	~~74~~	**73**	~~72~~	**71**
~~90~~	**89**	~~88~~	~~87~~	~~86~~	~~85~~	~~84~~	**83**	~~82~~	~~81~~
~~100~~	~~99~~	~~98~~	**97**	~~96~~	~~95~~	~~94~~	~~93~~	~~92~~	~~91~~

٤- مجموعة الاعداد النسبية Rational numbers:

يعرف العدد النسبي بالصورة التالية :

$$\sigma = \{\frac{a}{b} : a, b \in Z, b \neq o\}$$

ومن التعريف أعلاه يتضح :

- فكل الاعداد الصحيحة أعداد نسبيه مقاماتها الواحد الصحيح .
- الجذور ليست اعداد نسبيه.

٥- مجموعة الاعداد غير النسبية *Irrational numbers* :

هي مجموعة الاعداد التي لا نستطيع وضعها على شكل كسر و نرمز لها بالرمز $\acute{Q}$

مثل : $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt[3]{4}, \pi, \dots$

ملاحظه : مجموعة الاعداد النسبية و مجموعة الاعداد الغير نسبيه منفصله

$Q \cap Q^\backslash = \emptyset$

٦- مجموعة الاعداد الحقيقية Real numbers :

هي اتحاد مجموعة الاعداد النسبية و مجموعة الاعداد الغير نسبيه $R = Q \cup Q'$.

لاحظ أن كل نقطه على خط الاعداد تمثل عدد حقيقي

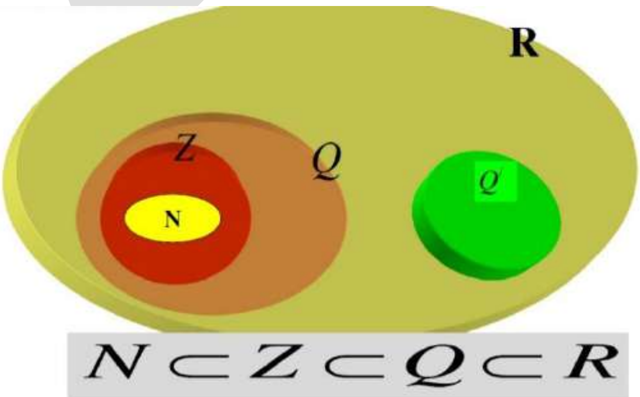
نلاحظ أن مجموعة الاعداد الحقيقية تعميم للمجموعات السابقة :

R^+مجموعة الاعداد الحقيقيه الموجبه

R^-مجموعة الاعداد االحقيقيه السالبه

R^*مجموعة الاعداد الحقيقيه ماعدا الصفر

تمثيل شكل تخطيطي لمجموعات الاعداد السابقة :



<u>تمرين :</u>

١- رتب الاعداد التالية تنازلياً .

!) 0,3, -5 ,6, -2 ,9,55

!) 0, -8 ,$\frac{1}{2}$, $\frac{-3}{2}$, -20.9

٢- بين الى أي من المجموعات الأتية ينتمي كل من الاعداد التالية :

0, $\frac{3}{7}$, -7 ,$\sqrt{99}$, e , 100 , 0.0001

٣-أوجد جميع الاعداد الأولية بين 20 و 40

~~10~~	~~9~~	~~8~~	**7**	~~6~~	**5**	~~4~~	**3**	**2**	~~1~~
~~20~~	**19**	~~18~~	**17**	~~16~~	~~15~~	~~14~~	**13**	~~12~~	**11**
~~30~~	**29**	~~28~~	~~27~~	~~26~~	~~25~~	~~24~~	**23**	~~22~~	~~21~~
~~40~~	~~39~~	~~38~~	**37**	~~36~~	~~35~~	~~34~~	~~33~~	~~32~~	**31**
~~50~~	~~49~~	~~48~~	**47**	~~46~~	~~45~~	~~44~~	**43**	~~42~~	**41**
~~60~~	**59**	~~58~~	~~57~~	~~56~~	~~55~~	~~54~~	**53**	~~52~~	~~51~~
~~70~~	~~69~~	~~68~~	**67**	~~66~~	~~65~~	~~64~~	~~63~~	~~62~~	**61**
~~80~~	**79**	~~78~~	~~77~~	~~76~~	~~75~~	~~74~~	**73**	~~72~~	**71**
~~90~~	**89**	~~88~~	~~87~~	~~86~~	~~85~~	~~84~~	**83**	~~82~~	~~81~~
~~100~~	~~99~~	~~98~~	**97**	~~96~~	~~95~~	~~94~~	~~93~~	~~92~~	~~91~~

٤- إذا كان لدينا مجموعه شامله U معرفة كما يلي :

U={1,2,3,……,10}

N={1,2,3,4} ، M={1,4,7,10}

فأوجد :

N^c={5,6,7,8,9,10}

N-M={2,3}

N∩M={1,4}

N∪M={1,2,3,4,7,10}

NΔM={2,3,7,10}

$N .... \subseteq .... U$

$2 .... \notin \cdots .. M$

$2 ... \in \cdots U$

M={1,4,7,10}

U={1,2,3,….,10}

٥- اوجد ناتج ما يلي :

$N^C \cap N = \varphi$

$M^C \cap M = \varphi$

$N^C \cup N = U$

$M^C \cup M = U$

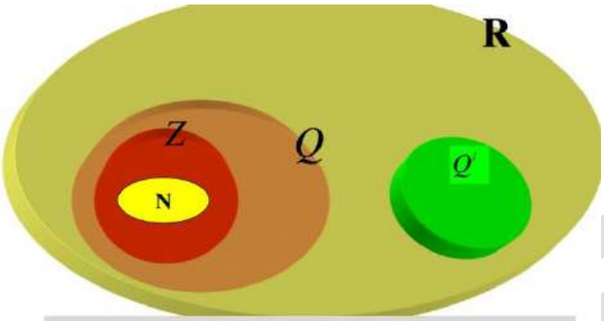
$N \cap \varphi = \varphi$

تخيل نفسك آلة حاسبة تجمع افراحك وتطرح احزانك وتضرب اعدائك وتقسم المحبة بينك وبين الاخرين

E7sas

الفترات و القيمة المطلقة

تمثيل شكل تخطيطي لمجموعات الاعداد السابقه :



$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

أي من العبارات التالية صحيحه :

A) $Z \subset N \subset Q \subset R$

B) $R \subset Q \subset R$

C) $N \subset Z \subset Q \subset R$

D) جميع ما ذكر

الأهداف الرئيسية :

- تطبيق الفترات على خط الاعداد
- التعرف على الفترات المحدودة و الغير محدودة
- تطبيق العمليات على المجموعات باستخدام الفترات
- ايجاد القيمة المطلقة لدالة ما ومعرفة خصائصها

الفترات Intervals :

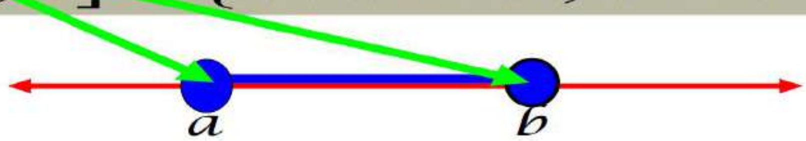
أولاً : الفترات المحددة :

إذا كان a , b عددين حقيقيين ، وكان العدد a أقل من العدد b .

١- **الفترة المغلقة Closed Interval :**

هي مجموعة الاعداد الحقيقية التي تبدأ من العدد a وتنتهي بالعدد b ونعبر عنها كالاتي :

$$[a,b] = \{x : x \in R, a \le x \le b\}$$



مثال :.

$$[-4,4]=\{x: x\in R, -4\le x\le 4\}$$

وتمثل على خط الأعداد كالآتى:

٢- الفترة المفتوحة open Interval :

هي مجموعه من الاعداد الحقيقية الواقعة بين العدديين a , b و نعبر عنه كالاتي :

$$(a,b)=\{x: x\in R, a<x<b\}$$

<u>مثال :</u>

$$(2,9)=\{x: x\ \in R, 2<x<9\}$$

وتمثل على خط الاعداد كالاتي :

٣- الفترة النصف مغلقه (مفتوحه) Semi open :

النوع الاول : $[a,b\}=\{x: x\ \in R, a\ \le x<b\}$

<u>مثال :</u>

$$[0,6)=\{x: x\in R, 0\le x<6\}$$

وتمثل على خط الأعداد كالآتى:

<u>ثانياً: الفترات الغير المحدودة :</u>

١- تعرف بمجموعة الاعداد الحقيقية التي تزيد عن العدد الحقيقي a ونعبر عنها كالاتي :

$$(a,\infty)=\{x: x\in R, x>a\}$$

$$(2,\infty)=\{x: x\in R, x>2\}$$

٢- تعرف بمجموعة الاعداد الحقيقية التي تزيد عن او تساوي العدد الحقيقي a ونعبر عنها كالاتي :

$$[a,\infty)=\{x : x\in R, x\geq a\}$$

٣- تعرف بمجموعة الاعداد الحقيقية التي تقل عن العدد الحقيقي a و نعبر عنها كالاتي :

$$(-\infty,a)=\{x : x\in R, x< a\}$$

$$(-\infty,5)=\{x : x\in R, x< 5\}$$

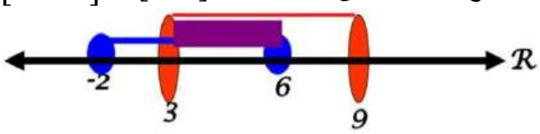
٤- تعرف بمجموعة الاعداد الحقيقية التي تقل عن او تساوي العدد الحقيقي a ونعبر عنها كالاتي :

$$(-\infty,a]=\{x : x\in R, x\leq a\}$$

$$(-\infty,-2]=\{x : x\in R, x\leq -2\}$$

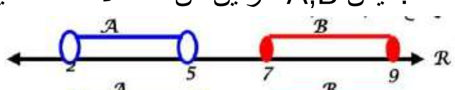
أمثله متنوعه :

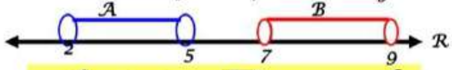
١- اوجد مع التمثيل على خط الاعداد $[3,9] \cap [-2,6]$



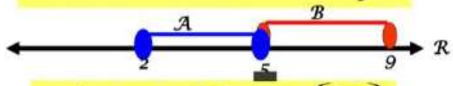
$$[-2,6] \cap [3,9] = [3,6]$$

قاعده : ليكن A,B فترتين من خط الاعداد الحقيقية R فالتمثيلات التالية توضح العمليات الأتية :





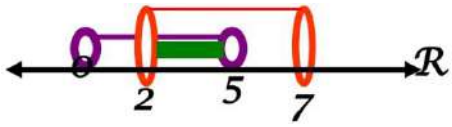
$$A \cap B = \phi$$



$$A \cap B = \{5\}$$

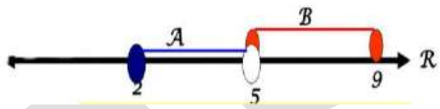
٢- اوجد مع التمثيل على خط الاعداد

$(0,5) \cap (2,7)$

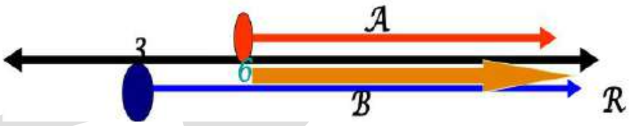


$(0,5) \cap (2,7) = (2,5)$

<u>مثال ٣ :</u>

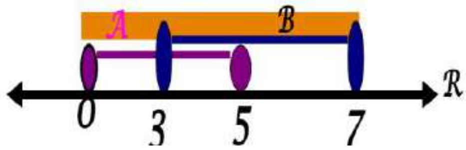


$A \cap B = \emptyset$

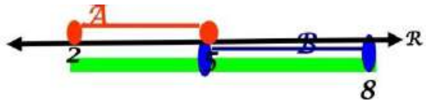


$A \cap B = [6, \infty)$

<u>مثال ٤:</u>

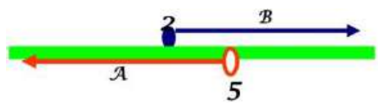


$A \cup B = [0,7]$

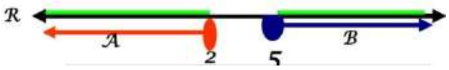


$A \cup B = [2,8]$

<u>مثال ٥:</u>

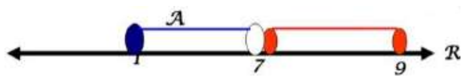


$A \cup B = (-\infty, \infty) = R$



$A \cup B = R - (2,5)$

مثال ٦:



$A \cup B = ???$

$A \cap B = ???$

القيمه المطلقة Absolute value :

تعرف القيمه المطلقة للعدد a كالاتي :

$$|a| = \begin{Bmatrix} a \,;\, a \geq 0 \\ -a \,;\, a < 0 \end{Bmatrix}$$

ملحوظه : المسافة على خط الاعداد بين العدد a ونقطة الاصل تسمى القيمه المطلقة .

مثال : أوجد |x|

$$|X| = \begin{cases} x & X \geq 0 \\ -x & X < 0 \end{cases}$$

تعريف اخر : القيمه المطلقة هي عملية التخلص من الإشارة السالبة .

مثال : أوجد ناتج كل من :

١- |9|=9
٢- |-22|=22
٣- |-2-3|=|-5|=5
٤- |2-9|=|-7|=7

تعريف : تعرف المسافة بين العدديين a,b بما يلي :

D(a,b)=D(b,a)=|a,b|

مثال : اوجد المسافة بين العدديين على خط الاعداد .

١- A=1.b=4

=|a-b|=|1-4|=|-3|=3

٢- A=-3.b=4

=|a-b|=|-3-4|=|-7|=7

٣- A=0,b=5

بعض خواص القيمه المطلقة : ليكن $a \ , \ b \in R$

$$1)\ |a+b| \le |a|+|b|$$
$$2)\ |a-b| \ge |a|-|b|$$
$$3)\ |ab| = |a||b|.$$
$$4)\ \frac{|a|}{|b|} = \left|\frac{a}{b}\right|$$

لا يكفى بان يكون لك عقل جيد بل المهم ان تستخدمه بشكل جيد

E7sas

قابلية القسمة للأعداد الصحيحة

مجموعة القواسم و المضاعفات

مجموعات الاعداد + الفترات + القيمة المطلقة

العبارات الأتية :

$Z \subset R \subset Q$

١) صحيحه ٢) غير صحيحه

يعتبر العدد ٢٩ عدد

١) اولي ٢) صحيح ٣) فردي ٤) كل ما ذكر

قيمة |-3|- تساوي

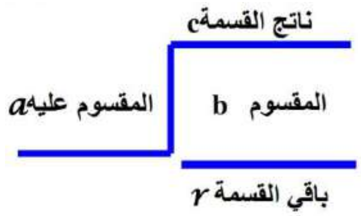
3 -3 -|3| |-3|

الأهداف الرئيسية

- معرفة قابلية القسمة للأعداد الصحيحة
- ايجاد مجموعة القواسم لأي عدد صحيح
- ايجاد القاسم المشترك الاكبر و المضاعف المشترك الاصغر

قابلية القسمة في الاعداد الصحيحة :

قاعده هامه :



المقسوم = ناتج القسمة × المقسوم عليه + باقي القسمة

b=a* c+r

ملحوظه : اذا كان r=0 نقول ان b يقبل القسمة على a بدون باق

ملاحظات هامه :

١- B يقبل القسمة على a مكافئ لقولنا ان a يقسم على b ونرمز لذلك بالرمز b\a
٢- اذا كان العدد الصحيح الموجب b يقبل القسمة على العدد الصحيح a فإن العدد السالب (b-) يقبل القسمة على a
٣- الصفر يقبل القسمة على أي عدد صحيح ماعدا نفسه بينما لا يوجد عدد صحيح يقبل القسمة على الصفر
٤- كل عدد صحيح يقبل القسمة على الواحد

قابلية القسمة على العدد ٢:

يقبل العدد القسمة على ٢ اذا كان احاده عددا زوجيا أي اذا كان احاده احد الاعداد التالية : ٠,٢,٤,٦,٨...... و اذا كان العدد يقبل القسمة على ٢ نسميه عددا زوجيا و ان لم يكن زوجيا فنسميه عددا فرديا .

مثال: العدد ٧٢٣٨ هو عدد يقبل القسمة على ٢ لان احاده عدد زوجي هو ٨

قابلية القسمة على العدد ٣ :

يقبل العدد القسمة على ٣ اذا كان مجموع ارقام خاناته يقبل القسمة على ٣

مثال ١ : العدد ٧٢٣٨ يقبل القسمة على ٣ لان 24=7+6+2+9 و العدد يقبل القسمة على ٣

مثال ٢: العدد ٤٥٨٢ لا يقبل القسمة على ٣ لان 19=2+8+5+4 و العدد ١٩ لا يقبل القسمة على ٣

قابلية القسمة على العدد ٤:

يقبل العدد القسمة على ٤ اذا كان العدد المكون من احاده و عشراته يقبل القسمة على ٤

مثال١: ١٢٧٠ لا يقبل القسمة على ٤ لان العدد ٧٠ لا يقبل القسمة على ٤

مثال٢: العدد ٥٣٢٤ يقبل القسمة على ٤ لان العدد ٢٤ يقبل القسمة على ٤

قابلية القسمة على العدد ٥ :

يقبل العدد القسمة على ٥ اذا كان احاده اما ٠ او ٥

مثال : العددان ٣٤٥ ، ٥٦٩٠ يقبلان القسمة على ٥ بينما العددان ٤٦٨ ، ٩٤٣٢ لا يقبلان القسمة على ٥

قابلية القسمة على ٦ :

يقبل العدد القسمة على ٦ اذا كان يقبل القسمة على ٢ و ٢ معا

مثال : العدد ٦٢٧٠ يقبل القسمة على ٦ لأنه يقبل القسمة على ٢ و ٣

مثال : ابحث قابلية القسمة لكل من :

9780 , 23412 , 54340 , 999 على 2 , 3 , 4 , 5

9780 يقبل القسمة على 2 , 3 , 4 , 5

٢٣٤١٢ يقبل القسمة على 2 , 3 , 4

54340 يقبل القسمة على 2 , 4 , 5

999 يقبل القسمة على 3

مجموعة القواسم :

تعريف : ليكن $Z \ni a$ نعرف مجموعة قو a التي نرمز لها بالرمز D(a) كما يلي :

$$D(a) = \{b \in Z : b|a\}$$

مثال : اوجد مجموعة القواسم للعددان 12 , 24

$$D(12) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$$

$$D(24) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24\}$$

<u>نظرية: (النظرية الاساسيه في الحساب) :</u>

كل عدد طبيعي يمكن تحليله بشكل وحيد الى حاصل ضرب اعداد اوليه .

مثال : العدد ٢٤ يمكن ان يكتب كما يلي :

$$24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^3$$

مثال: حلل كل من 360 , 200 , 90 الى عوامل اوليه :

مثال ١: حلل العدد ٩٠ الى عوامل اوليه :

$$90 = 2 \times 3 \times 5 \times 3 = 2 \times 5 \times 3^2$$

2	90
3	45
5	15
3	3
	1
	1

مثال٢: حلل العدد ٢٠٠ الى عوامل اوليه :

$$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 5^5 \times 2^3$$

2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

مثال٣: حلل العدد ٣٦٠ الى عوامل اوليه:

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

القاسم المشترك الاكبر

ق.م.أ

↓

القاسم المشترك الاكبر للعددين الصحيحين a,b هو : اكبر عدد صحيح موجب يقسم العددان a.b

المضاعف المشترك الاصغر

م.م.أ

↓

المضاعف المشترك الاصغر للعددين الصحيحين a.b هو: اصغر عدد صحيح موجب يقبل القسمة على كل من a,b

نظريه : اذا كان a,b عددين صحيحين فإن : ق.م.أ × م.م.أ =AB

مثال ١ : أوجد كلا من ق.م.أ و م.م.أ للعددين : ٤٥ ، ٣٦

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

5	45
3	9
3	3
	1

$$\therefore g.c.d(36,45) = 3 \times 3 = 9$$

القاسم المشترك الاكبر ق.م.أ للعددين : $g.c.d = (36,45) = 3 \times 3 = 9$

المضاعف المشترك الاصغر م.م.أ للعددين : $i.c.m(36,45) = \frac{36 \times 45}{9} = 180$

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

45	5
9	3
3	3
1	

مثال ٢: اوجد كلا من ق.م.أ و م.م.أ للعددين ٨١ ، ٤٥

القاسم المشترك الاكبر ق.م.أ : $g.c.d(81,45) = 3 \times 3 = 9$

المضاعف المشترك الاصغر م.م.أ : $i.c.m(81.45) = \frac{81\times45}{9} = 405$

إن الدين ليس بديلاً من العلم والحضارة. ولا عدواً للعلم والحضارة. إنما هو إطار للعلم والحضارة، ومحور للعلم والحضارة، ومنهج للعلم والحضارة في حدود إطاره ومحوره الذي يحكم كل شئون الحياة

الفصل الثانى : العمليات الجبرية

قواعد قابلية القسمة :

يكون عدد ما قابلا للقسمة على :

٢ اذا كان رقم احاده ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨

٣ اذا كان حاصل جمع ارقامه قابلا القسمة على ٣

٤ اذا كان العدد المكون من رقمي الاحاد و العشرات قابلا القسمة على ٤

٥ اذا كان رقم احاده ٥ أو ٠

٦ اذا كان العدد قابلا القسمة على كلا من ٢ و ٣

سؤال :

العدد ١٢٣٤٥ القسمة على العدد

1. **٢ ، ٣ ، ٥**
2. **٤ ، ٦**
3. **٣ ، ٥**
4. **جميع ما ذكر**

الأهداف الرئيسية :

- التعرف على العمليات الجبرية
- تطبيق ترتيب اجراء العمليات الجبرية

الفصل الثانى : العمليات الجبرية .

ماهي العمليات الجبرية ؟ :

المقصود بالعمليات الجبرية هي العمليات الأساسية على الاعداد

1. **عملية الجمع (+)**
2. **عملية الطرح (-)**
3. **عملية الضرب(×)**
4. **عملية القسمة (÷)**

ملحوظه : لأي عدد اشاره اما موجبه او سالبه

مثال :. حدد اشارات كل من +٢ ، -٣ ، ٥

اولا : عمليتي الجمع و الطرح : أي عملية جمع او طرح الاعداد تخضع للقاعدة التالية .

١- **اذا تشابهت الاشارات نجمع مع اخذ نفس الإشارة**
٢- **اذا اختلفت الاشارات نطرح و نضع اشارات العدد الاكبر .**

١) **+4 +3 =+7**
٢) **-4 -3 = -7**
٣) **-4 +3 =-1**
٤) **+4 =3 = +1**

ثانيا : عملية الضرب :

١- **اذا تشابهت الاشارات فأن الناتج يكون موجب (+)(+)=+ ، (-)(-)=**

مثال :. اوجد ناتج ما يلي :

(+٢)(+٣)=+٦ ، (-٢)(-٣)=+٦

٢- **اذا اختلفت الاشارات فأن الناتج يكون سالب (+)(-)=- ، (-)(+)=-**

(-٢)(+٣)=-٦ ، (+٢)(-٣)=-٦

رابعا : عملية القسمة :

١- **اذا تشابهت الاشارات فأن الناتج يكون موجب** $\frac{-}{-} = +$, $\frac{+}{+} = +$

$\frac{-6}{-2} = +3$, $\frac{+6}{+2} = +3$

٢- **اذا اختلفت الاشارات فأن الناتج يكون سالب** $\frac{+}{-} = -$, $\frac{-}{+} = -$

$\frac{+6}{-3} = -2$, $\frac{-6}{+3} = -2$

مثال : اوجد ناتج ما يلي :

١- **2+6=+8**
٢- **-2+7=+5**
٣- **7-9=-2**
٤- **(-2)(-5)=+10**
٥- **(-3)(4)=-12**
٦- $\frac{+9}{-3} = -3$
٧- $\frac{-20}{-4} = +5$

ترتيب اجراء العمليات الجبرية :

تمهيد : ماذا تتوقع ناتج العملية ٢+٣×٥ ؟؟

- قد يرى البعض ان الإجابة هي ٥×٥=٢٥ ، وهذه الإجابة غير صحيحة. لماذا
- لأن الضرب في عرف الرياضيين اقوى من الجمع
- لذا يجب تنفيذ الضرب قبل الجمع حتى لو ورد الجمع قبل الضرب في السؤال
- حاول كتابة السؤال لاحدي الآلات الحاسبة العلمية لتأكدت بنفسك ان الإجابة هي ١٧
- اما الناتج ٢٥ فيكون صحيحا عندما يكون المطلوب(٣+٢)×٥
- هنا الاقواس تجبر على حساب محتواها قبل الضرب ، لان لها اولويه في الحساب لا نها اقوى منه في سلم الاولويات اي ان هناك ترتيب للعمليات الحسابية **نوضحه في التالي :**

ترتيب العمليات :

١- احسب قيمة المقادير داخل الاقواس.
٢- اضرب و اقسم بالترتيب من اليسار الى اليمين الى اليسار .
٣- اجمع و اطرح بالترتيب من اليسار الى اليمين الى اليسار .

عند اتمام العمليات الجبرية يجب مراعاة الأولوية في الترتيب كما يلي :

اولا : عمليتي الجمع و الطرح :

نجمع الاعداد الموجبة سويا و الاعداد السالبة ايضا ثم نطرح الناتجين و نأخذ اشارة الاكبر .

مثال :اوجد ناتج ما يلي :

١- **15+5-11+1-6=**
15+5+1-11-6=
+12-17=
+4=4

٢- **-36+27=-9   -23-2-11+18+9=   -23+9-11+18-2=**

٣- **-20+20=0   -12-3-5+16+4=   -12-3+4-5+16=**

ثانيا : عمليتي الضرب و القسمة : نجري العمليات بالترتيب حسب ظهورها من اليسار الى اليمين :

مثال : اوجد ناتج ما يلي :

١- $\mathbf{20 \div 2 = 10 \quad 5 \times 4 \div 2 = \quad 15 \div 3 \times 4 \div 2 =}$

٢- $\mathbf{36 \div 6 = 6 \quad 12 \times 3 \div 6 = \quad 12 \div 1 \times 3 \div 6 = \quad 6 \times 2 \div 1 \times 3 \div 6 =}$

ملاحظه ١ :اذا احتوت العملية على جميع العمليات فأن الأولوية سوف تكون للضرب و القسمة و من ثم الجمع و الطرح على الترتيب

<u>مثال : اوجد ناتج ما يلى :</u>

١- $15 \div 5 + 4 \times 2 - 7 = \;\; 3 + 8 - 7 = \;\; 11 - 7 = 4$

٢- $-7 + 3 \times 4 - 25 \div 5 = \;\; -7 + 12 - 5 = \;\; -7 - 5 + 12 = \;\; -12 + 12 = 0$

٣- $10 - 30 \div 10 + 5 \times 4 - 7 = \;\; 10 - 3 + 20 - 7 =$
$10 + 20 - 3 - 7 = 30 - 10 = 20$

٤- $100 + 3 \times 9 - 81 \div 9 - 44 = \;\; 100 + 27 - 9 - 44 = \;\; 127 - 53 = 74$

٥- $-66 \div 3 \times 2 + 50 - 5$

<u>ملاحظه</u> ٢: اذا احتوت العملية على اقواس فأن نبدأ بالأقواس الصغيرة ( ) ثم المتوسطة { } ثم الاقواس المربعة الكبيرة [ ] على الترتيب .

مثال : اوجد ناتج ما يلي:

$$1)\;\; [\{(3\times4)+(20\div5)-10\}+5]-1$$
$$=[\{12+4-10\}+5]-1$$
$$=[\{16-10\}+5]-1$$
$$=[6+5]-1$$
$$=[11]-1 \;\; =10$$

$$2)\;\; 4-[34\div\{(25\div5)\times3+2\}\div(18\div9)]+7$$
$$=4-[34\div\{(5)\times3+2\}\div2]+7$$
$$=4-[34\div\{15+2\}\div2]+7$$
$$=4-[34\div17\div2]+7$$
$$=4-[2\div2]+7$$
$$=4-1+7 \;\; =11-1 \;\; =10.$$

$$3)\ 22+[10\times\{(6\div 2)\times 3-8\}-(3-2)]-11$$
$$=22+[10\times\{3\times 3-8\}-1]-11$$
$$=22+[10\times\{9-8\}-1]-11$$
$$=22+[10\times 1-1]-11$$
$$=22+[10-1]-11$$
$$=22+9-11$$
$$=20.$$

$$4)\ [6\times\{(30\div 10)\times 9-20\}-(4\times 4)]-15$$
$$=[6\times\{3\times 9-20\}-16]-15$$
$$=[6\times\{27-20\}-16]-15$$
$$=[6\times 7-16]-15$$
$$=[42-16]-15$$
$$=[26]-15$$
$$=11$$

الفصل الثاني

الاسس و اللوغاريتمات

المحاضرة السابقة: العمليات الجبرية

ناتج العملية الحسابية

$$2-6\times\{(20\div10)-5\}=20$$

$$2-6\times\{-3\} \quad =2+18 \quad =20$$

A) صحيحه

B) خاطئه

الجواب

صحيحة

الاسس و اللوغاريتمات

الاهداف الرئيسية :

- التعرف على الاسس و خواصهم
- التعرف على اللوغاريتمات و خواصهم
- تطبيق الاسس و اللوغاريتمات في تبسيط العمليات

الاسس Exponets :

تعريف: اذا كان $n \in N$, $a \in R$ فأن :

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \dots \times a$$

حيث تقرأ a^n a اس n

مثال: $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

الاسس Exponets : الاسس هي عملية الرفع الى القوى او هي اختصار لعملية تكرار ضرب العدد في نفسه

اس

$$a \times a \times a \times a \times \dots . n - time = a^n$$

اساس

فمثلاً :

$2 \times 2 = 2^2 \Rightarrow$ تقرأ 2 أس 2 أو مربع العدد 2 (أو2تربيع)

$2 \times 2 \times 2 = 2^3 \Rightarrow$ تقرأ 2 أس 3 (أو 2 تكعيب)

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 \Rightarrow$ تقرأ 2 أس 4

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 \Rightarrow$ تقرأ 2 أس 5

وهكذا ....

تعريف : اذا كان $n \in N$, $a \in R$ فإن :

$!)a^0 = 1 \quad ,!!)a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

<u>مثال</u> : اختصر كل من :

$1)\ 8^0 \quad \rightarrow \quad 8^0 = 1$

$2)\ 2^{-4} \quad \rightarrow 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

$3)\ (3)^{-2} \quad \rightarrow (3)^{-2} = \frac{1}{(3)^2} = \frac{1}{9}$

$4)\ \left(\frac{1}{2}\right)^6 (200)^0 \quad \rightarrow \frac{1^6}{2^6}(200)^0 = \frac{1}{2^6}\ (1) = \frac{1}{64}$

<u>قوانين الاسس (خواص الاسس)</u>

اذا كان $n , m \in z$ وكان $x , y \in R$ فإن :

$!)\ X^m . X^n = X^{m+n}$

<u>مثال</u> : اختصر كل من :

$1)\ (2)^2 . (2)^4 = (2)^{2+4} = (2)^6 = 64$

$2)\ (3)^8 . (3)^{-5} = (3)^{8+(-5)} = (3)^{8-5} = (3)^3 = 27$

$3)\ (2)^9 . (2)^{-5} = 16$

$!!)\ \frac{X^m}{X^n} = X^{m-n}$

<u>مثال</u> : اختصر كل من :

$1)\ \frac{x^5}{x^2} = x^{5-2} = x^3$

$2)\ \frac{7^4}{7^2} = 7^{4-2} = 7^2 = 49$

$3)\ \frac{3^3}{3^{-2}} = 3^{3-(-2)} = 3^{3+2} = 3^5 = 243$

$$!!!)\ (X^m)^n = X^{m\,n}$$

مثال اختصر كل من :

$1)\ (2^3)^2 = 2^6 = 64$ ، $2)\ (3^3)^{-3} = 3^{-9} = \frac{1}{3^9}$

$$iv)\ x^m . y^m = (xy)^m$$

مثال اختصر كل من :

$1)\ 3^2 . 2^2 = (2.3)^2 = 6^2 = 36$ ، $2)\ 5^3 . 2^3 = (5.2)^3 = 10^3 = 1000$

$$v)\ \frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{x}{y}\right)^m \quad \rightarrow \quad \frac{2^4}{3^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

مثال : اوجد قيمة كل من بإستخدام قوانين الأسس:

$1)\ (2)^3 . (2)^5 = (2)^{3+5} = (2)^8$ ، $2)\ (a^3 b^4)^5 = (a^3)^5 (b^4)^5 = a^{15} b^{20}$

مثال : ضع المقدار التالي في ابسط صوره .: $\frac{(81)^n}{(9)^n}$

$$\frac{(81)^n}{(9)^n} = \frac{(3^4)^n}{(3^2)^n} = \frac{(3)^{4n}}{(3)^{2n}} = \frac{(3)^{4n}}{(3)^{2n}}$$
$$= (3)^{4n-2n} = (3)^{2n}$$

$$\frac{(16x)^3}{(32x)^2} = \frac{(2^4\,x)^3}{(2^5 x)^2} = \frac{2^{12}\,x^3}{2^{10}\,x^2} = 2^{12-10} \quad x^{3-2}$$
$$= 2^2\ x \ = 4x$$

اللوغاريتمات Logatithms : اللوغاريتمات هي العملية العكسية للأسس .

$$a^x = y \quad \leftrightarrow \quad \log_a y = X$$

$$a \in R^{+}\{1\} \quad , \quad y \in R^{+}$$

وتقرأ لوغاريتم y بالنسبة للأساس a يساوي x

مثال :

$1)\ 7^2 = 49 \ \leftrightarrow\ \log_7 49 = 2$ ،

$2)\ 5^0 = 1 \ \leftrightarrow\ \log_5 1 = 0$

$3)\ 10^{-1} = \frac{1}{10} \ \leftrightarrow\ \log_{10} \frac{1}{10} = -1$ ،

$4)\ 8^{2\backslash 3} = 4\ ,\ \leftrightarrow\ \log_8 4 = 2\backslash 3$

ملاحظات هامه :التعبيرات التالية خاطئة (لامعنى لها):

$$\log_2(-8)\ ,\ \ \log_{-2}(8)\ \ ,\ \log_3(0)\ \ ,\ \log_0(3)\ ,\ \log_1(3)$$

مثال : عبر عما يأتي بصوره لوغاريتميه log :

$$\text{i) } 9^2 = 81 \quad \rightarrow \quad \log_9(81) = 2$$

$$,\quad \text{ii) } \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \frac{125}{27} \rightarrow \log_{\frac{3}{5}}\left(\frac{125}{27}\right) = -3$$

قوانين اللوغاريتمات :

ليكن $X, y \in R^+$, $a \in R^+ - \{1\}$ فإن :

$1)\ \log_b MN = \log_b M + \log_b N$ ،

$2)\ \log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$ ،

$3)\ \log_b M^n = n \log_b M$ ،

$4)\ \log_a a = 1$

$5)\ \log_a 1 = 0$ ،

$6)\ \log_a\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_a x$ ، $X > 0$ ،

مثال : احسب قيمة كلا من :

$\text{i) } \log_6 1$

$\text{ii) } \log_2 2$

$\text{iii) } \log_2 2^3$

$\text{iv) } \log_{10} 100$

الحل :

$i)\ log_6 1 = 0$

$ii)\ log_2 2 = 1$

$iii)\ log_2 2^3 = 3$

$iv)\ log_{10} 100 = 2$

تمارين : اكتب ما يلي بالصورة اللوغاريتمية :

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \quad \log_2 \frac{1}{2} = -1$

$2^4 = 16$ $\Leftrightarrow \quad \log_2 16 = 4$

$5^x = 125$ $\Leftrightarrow \quad \log_5 125 = 3$

$6^y = 36$

$3^x = \frac{1}{9}$

الجذور

قيمة المقدار .... $\log_3 81$

A)3 B) 4 C) 5 D) 6

قيمة المقدار ... $(2100)^0 = \cdots$

A)1 B) 0 C) 2100 D) 100

الجذور التربيعية و التكعيبية

الاهداف الرئيسية :

- التعرف على الجذور و بعض خصائصها .
- تبسيط الجذر التربيعي و التكعيبي

الجذور التربيعية :

- الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الحقيقي الذي مربعه يساوي a
- اذا كان a عددا موجبا فإن $\sqrt{a} = b$ تعني $a = b^2$

مثال :

$$\sqrt{36} = 6 \ ,$$

$$\sqrt{(5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5 \ ,$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3} \ ,$$

ملاحظات هامه :

1- $\forall\, b \geq 0 \ \Rightarrow \ a^2 = b \ \Rightarrow \ a = \pm\sqrt{b}$

2- $\sqrt{a^2} = a$

3- $\forall\, a, b \geq 0 \ \Rightarrow \ \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a\,b}$

4- $\forall\, a, b \geq 0 \ \Rightarrow \ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

مثال : احسب ما يلي:

$$\text{i)}\ \sqrt{3} \times \sqrt{12} \ , \quad \text{ii)}\ \sqrt{8100} \ , \quad \text{iii)}\ \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$\text{i)}\ \sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\text{ii)}\ \sqrt{8100} = \sqrt{81} \times \sqrt{100} = 9 \times 10 = 90 \ ،$$

$$\text{iii)}\ \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

مثال : احسب ما يلي :

1- $\forall a \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a^5} = \cdots$

A. $2\sqrt{a+1}$
B. $a^2\sqrt{a}$
C. $a\sqrt{a}$
D. $2\sqrt{a}$

$$\Rightarrow \sqrt{a^5} = \sqrt{a^4 \times a^1} = \sqrt{a}\ \sqrt{a^4} = \sqrt{a}\ (a^4)^{1/2} = \sqrt{a}\ a^2 = a^2\sqrt{a}$$

2- $\forall a, b \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a^2b^3} = \cdots$

a) $ab\ \sqrt{a}$
b) $b\ \sqrt{ab}$
c) $a^2b\sqrt{b}$
d) $ab\ \sqrt{b}$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2b^3} = \sqrt{a^2}\ \sqrt{b^3} = \sqrt{a^2}\ \sqrt{b^1b^2} = a\ b\ \sqrt{b^1}$$

مثال اختصر كل من :

1. $2\sqrt{18} + \sqrt{32}$

a) $5\sqrt{2}$, b) $5\sqrt{10}$, c) $6\sqrt{2}$ d) $10\sqrt{2}$

$$\Rightarrow 2\sqrt{18} + \sqrt{32} = 2\sqrt{2 \times 9} + \sqrt{2 \times 16} = 2\sqrt{2 \times 3^2} + \sqrt{2 \times 4^2} = 2 \times 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

2. $3\sqrt{27} - 5\sqrt{48}$

a) $-11\sqrt{3}$, b) $11\sqrt{3}$, c) $3\sqrt{11}$, d) $2\sqrt{3}$

$$\Rightarrow 3\sqrt{27} - 5\sqrt{48} = 3\sqrt{3 \times 9} - 5\sqrt{3 \times 16} = 3\sqrt{3 \times 3^2} - 5\sqrt{3 \times 4^2} = 3 \times 3\sqrt{3} - 5 \times 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3} - 20\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$$

$3.\ b\sqrt{64a^3b}+a\sqrt{49ab^3}$

a) $-3ab\sqrt{ab}$, b) $ab\sqrt{ab}$, c) $15ab\sqrt{ab}$, d) $3ab\sqrt{ab^3}$

$$\Rightarrow b\sqrt{64\,a^3b}+a\sqrt{49\,a\,b^3}$$
$$=b\sqrt{8^2\ a\,a^2b}+a\sqrt{7^2ab\,b^2}$$
$$=b\times 8\,a\sqrt{ab}+a\times 7b\sqrt{ab}$$
$$=8\ ab\sqrt{ab}+7\ ab\sqrt{ab}$$
$$=15\ ab\sqrt{ab}$$

قاعده : ضرب مجموع جذرين تربيعيين بالفرق بينهما = الفرق بين مربعي الجذرين

أي أن : $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b$

مثال : اوجد ناتج مايلي :

$1.\ (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$$=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b$$
$$=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2$$
$$=1$$

$2.\ (\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})$

$$=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b$$
$$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2=7-5$$
$$=2$$

$3.\ (2\sqrt{3}+\sqrt{5})(2\sqrt{3}-\sqrt{5})$

$$=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2$$
$$=(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2$$
$$=4x3\ -5$$
$$=12-5$$
$$=7$$

الجذور التكعيبية :

- **الجذر التكعيبي للعدد a هو العدد الحقيقي الذي مكعبه يساوي a**
- **اذا كان a عددا صحيحا فإن $\sqrt[3]{a} = b$ تعني $a = b^3$**

ملاحظات:

1- $\forall\, a, b \in \mathcal{R} \Longrightarrow \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a\,b}$

2- $\forall\, a, b \in \mathcal{R} \Longrightarrow \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

مثال :

$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$,

$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$,

$\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{4}{3}$,

مثال: احسب ما يلي

$\text{i)}\ \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25} \quad , \quad \text{ii)}\ \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

$\text{i)}\ \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5 \times 25} = \sqrt[3]{125} = 5$

$\text{ii)}\ \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$

مثال: اختصر كل من :

$\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16}$

$= \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{27 \times 2} + \sqrt[3]{8 \times 2}\ \sqrt[3]{3^3 \times 2} + \sqrt[3]{2^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} = 5\sqrt[3]{2}$

$\sqrt[3]{27X^3Y} + \sqrt[3]{125XY^3}$

$= \sqrt[3]{27X^3Y} + \sqrt[3]{125XY^3} = \sqrt[3]{3^3 \times X^3Y} + \sqrt[3]{5^3XY^3} = 3x\sqrt[3]{y} + 5Y\sqrt[3]{x}$

تمارين:

$\sqrt{16a^2} \times \sqrt{64a^2} =$

a) $32\sqrt{a}$, b) $16\sqrt{a}$, c) $32a$ d) $32a^2$

$$\Rightarrow \sqrt{16a^2} \times \sqrt{64a^2}$$
$$= 4a \times 8a$$
$$= 32\,a^2$$

$\sqrt[3]{27a^3} \times \sqrt{100a^2} =$

a) $32\sqrt{a}$, b) $16\sqrt{a}$, c) $30a^2$, d) $32a^2$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{27a^3} \times \sqrt{100a^2}$$
$$= \sqrt[3]{3^3a^3} \times \sqrt{10^2a^2}$$
$$= 3a \times 10a$$
$$= 30\,a^2$$

$\sqrt{36a^4} \times \sqrt{64a^2} =$

a) $42a^3\sqrt{a}$, b) $42\sqrt{a}$, c) $42a^3$, d) $42a^2$

$\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{24a} =$

a) $3\sqrt{a}$, b) $-\sqrt[3]{3a}$, c) $\sqrt[3]{27a}$, d) $\sqrt[3]{3a}$

تمارين

ملاحظه هامه: جميع التمارين محلوله في محاضرة الفيديو رقم ٧

قيمة المقدار $log_5 \ldots = 3$

A)3 , B) 5 , C) 15 , **D) 125**

قيمة المقدار $(\sqrt{11}+\sqrt{7})(\sqrt{11}-\sqrt{7})$

A)4 , B) 3 , C) 2 , D) 1

يعتبر المقدار $log_1(-100)$

$log_a Y = X \qquad y \in R^+ \quad , \quad a \in R^+ - \{1\}$

A)صحيحه ، **B) غير صحيحه**

مثال : اختصر كل من :

$i)\ \sqrt[3]{27X^2} \times \sqrt[3]{125X^5}$

$i)\ \sqrt[3]{3^3X^2}\sqrt[3]{5^3X^3X^2}$

$= 3\sqrt[3]{X^2}\ \ 5X\sqrt[3]{X^2}$

$= 15X(\sqrt[3]{X^2})^2$

$ii)\ \sqrt{100x} \times \sqrt{81x^3}$

$ii)\ \sqrt{10^2X} \quad \sqrt{9^2X^2X}$

$= 10\sqrt{X} \quad 9X\sqrt{X}$

$= 90X^2$

$iii)\ 3a\sqrt{28a^2b^2} - 2b\sqrt{63a^4}$

$iii)\ 3a\sqrt{4.7a^2b^2} - 2b\sqrt{9.7a^4}$

$= 3a(2a.b)\sqrt{7} - 2b(3.a.a)\sqrt{7}$

$= 6a^2b\sqrt{7} - 6a^2b\sqrt{7}$

$= 0$

أوجد ناتج ما يأتي

$i)\ (\sqrt{88}+\sqrt{80})(\sqrt{88}-\sqrt{80})$

$ii)\ (3\sqrt{6}+4\sqrt{3})(3\sqrt{6}-4\sqrt{3})$

$i) = \sqrt{88^2}-\sqrt{80^2}$

$= 88-80$

$= 8$

$,\ ii) = (3\sqrt{6})^2-(4\sqrt{3})^2$

$= 9\times 6-16\times 3$

$= 54-48$

$= 6$

$\sqrt{36a^4}\times\sqrt{64a^2} =$

$a)\ 42a^3\sqrt{a}$

$,\ \ b)\ 42\sqrt{a}$

$,\ c)\ 48a^3$

$,d)\ 42a^2$

$= \sqrt{6^2 a^2 a^2}\cdot\sqrt{8^2\ a^2}$

$= (6\cdot a\cdot a)\cdot(8\ a)$

$= 48\ a^3$

$\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{24a}$

$a)\ 3\sqrt{a}$, $b) -\sqrt[3]{3a}$, $c)\sqrt[3]{27a}$, $d)\ \sqrt[3]{3a}$

$$= \sqrt[3]{3^4 a} - 2\sqrt[3]{8\times 3\, a}$$
$$= \sqrt[3]{3^3\cdot 3a} - 2\sqrt[3]{2^3\cdot 3\cdot a}$$
$$= 3\sqrt[3]{3a} - 2\cdot 2\sqrt[3]{3a}$$
$$= 3\boxed{\sqrt[3]{3a}} - 4\boxed{\sqrt[3]{3a}}$$
$$= -\sqrt[3]{3a}$$

تمارين الاسس و اللوغاريتمات

اختصر التالي:

$1)\ \frac{(64y)^2\times(8y)^3}{(16y)^4} =$ ،

$$1)\ \frac{(2^6Y)^2\times(3^2Y)^3}{(2^4Y)^4}$$
$$= \frac{2^{12}Y^2\times 2^9Y^3}{2^{16}Y^4}$$
$$= \frac{2^{21}Y^5}{2^{16}Y^4}$$
$$= 2^5Y$$
$$= 32Y$$

اختصر التالي

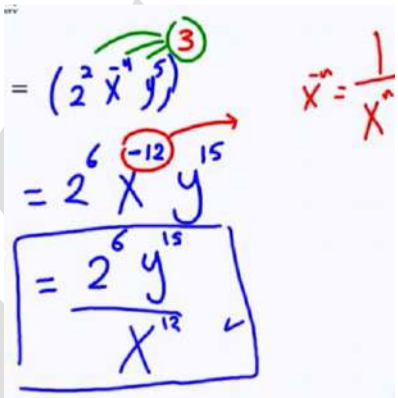
$$\frac{(64\,y)^2\times(8\,y)^3}{(16y)^4} = \frac{(2^6y)^2\cdot(2^3y)^3}{(2^4y)^4}$$
$$= \frac{2^{12}y^2\cdot 2^9y^3}{2^{16}y^4} = \frac{2^{12+9}\,y^{2+3}}{2^{16}\,y^4} = \frac{2^{21}y^5}{2^{16}y^4}$$
$$= 2^{21-16}\,y^{5-4} = 2^5y^1$$
$$= 32y.$$

$2)\ (4x^{-4}y^{5})^{3} =$

$2)\ (2^{3}X^{-4}Y^{5})^{3}$

$= 2^{6}X^{-12}Y^{15}$

$= \frac{2^{6}Y^{15}}{x^{12}}$



تمارين: اكتب مايلي بالصورة الأسية ثم اوجد القيمة :

$log_4 16 = 2 \ \leftrightarrow \ 4^2 = 16$

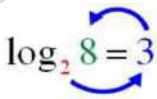
$log_3 1 = 0 \ \leftrightarrow \ 3^0 = 1$

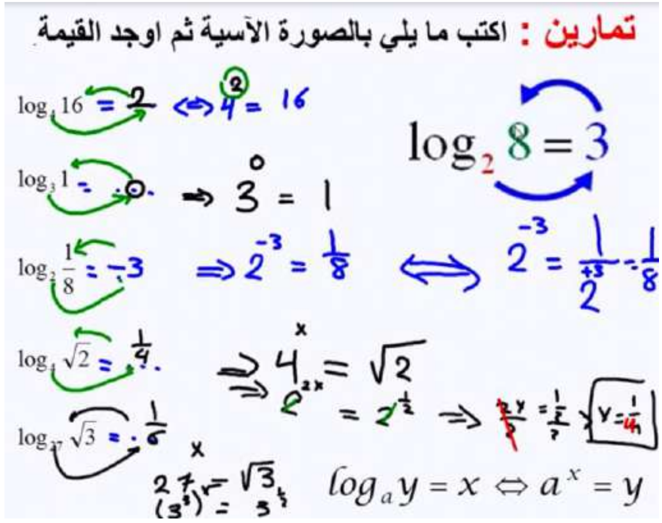
$log_2 \frac{1}{8} = -3 \ \leftrightarrow \ 2^{-3} = \frac{1}{8}$

$log_4 \sqrt{2} = \frac{1}{4}$

$log_{27} \sqrt{3} = \frac{1}{6}$

$\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$





احسب قيمة كل من :

$i)\ log_2(8)(32)$

$1)\ log_a(MN) = log_aM + log_aN$

$log_28 + log_232 = log_22^3 + log_22^5 = 3log_22 + 5log_22 = 3 + 5 = 8$

$\Rightarrow \boxed{1)\ log_a(MN) = log_a M \oplus log_a N}$

$Log_2(8)(32) = Log_2 8 + Log_2 32$

$= Log_2 2^{3} + Log_2 2^{5}$

$Log_a a = 1$

$= 3 \cancel{Log_2} 2 + 5 \cancel{Log_2} 2$

$Log_2 2 = 1$

$= 3 + 5 = 8$

$ii)\ log_2\frac{64}{16}$

$2)\ log_a\left(\frac{M}{N}\right) = log_aM - log_aN$

$log_246 - log_216 = log_22^6 - log_22^4 = 6log_22 - 4log_22 = 6 - 4 = 2$

$Log_a a = 1$

$= Log_2 64 - log_2 16$

$\log_a x^{n}$

$= Log_2 2^{6} - Log_2 2^{4}$

$= 6 \cancel{Log_2} 2 - 4 \cancel{log_2} 2$

$= 6 - 4 = +2$

المقادير الجبرية و تحليلها

المحاضرة السابقة : الاسس و الجذور و اللوغاريتمات

العبارات الأتية :

$$\log_2 16 = 4 \leftrightarrow 2^4 = 16$$

١- صحيحه   ٢- غير صحيحه

تبسيط المقدار $(\sqrt{5})^2(\sqrt{5})^3$

A) $(\sqrt{5})^6$, B) $(\sqrt{5})^5$, C) 5^5 , D) $(2\sqrt{5})^3$

تبسيط المقدار $= (\sqrt{25})(\sqrt{64})$

أ-٢٠   ب-٣٠   ج- ٤٠   د- ٥٠

الحدود و المقادير الجبرية

الاهداف الرئيسية :

- التعرف المقادير الجبرية و درجتها
- جمع المقادير الجبرية و طرحها
- ايجاد ضرب و قسمه مقداريين جبريين

الحدود و المقادير الجبرية : تعرف المقادير الجبرية بـ ما تكون من حاصل ضرب عاملين او اكثر او (هو ما تكون من حد او اكثر)

مثال :

١- الحد الجبري $x.1=x$ مكون من عاملين :
رقم ١ (عامل عددي) و X (عامل جبري)

٢- الحد الجبري $7x^2$ ، مكون من ٣ عوامل :

٧ (عامل عددي) ، X (عامل جبري) ، X (عامل جبري)

٣- ايضا يعرف $X^3 + 2x + 5$ بـ مقدار جبري :

مثال: كم عدد الحدود في المقدار الجبري :

عدد حدود المقدار $2X^3 - X + 10 - 2XY^3$ 4

عدد حدود المقدار $X^5 + 2X^2Y$ 2

عدد حدود المقدار $11hycvbx - 2x + 9$ 3

درجة المقدار الجبري : هي درجة اكبر اس مرفوع اليه المتغير في حدود المقدار الجبري .

فمثلاً درجة المقدار $2X^3 - X + 1$ الثالثه

فمثلاً درجة المقدار $X^5 + 2X^2Y + 3$ الخامسه

مثال :

المقدار الجبري	عدد حدود المقدار الجبري	اسم المقدار الجبري	درجة المقدار الجبري
$-3x^5y$	1	مقدار ذو حد واحد	6
$5x^2+y$	2	مقدار ذو حدين	2
$5x^3-7x+4$	3	مقدار ثلاثي الحدود	3
$2x^2y+3xy^2+x^2y^2$	3	مقدار ثلاثي الحدود	4

جمع المقادير الجبرية و طرحها : عند جمع المقادير الجبرية او طرحها ، تطرح الحدود المتشابهة في المقادير كل على حده او تطرح الحدود المتشابهة كل على حده .

مثال ١ : اجمع المقادير الجبرية الأتية :

4X+6Y-2Z , 3X-5Y+3Z

- **الطريقة الأفقية :**

3X-5Y+3Z + 4X+Y-2Z = (3X=4X) + (-5Y+6Y) +(3Z-2Z)

=(7X)+(1Y)+(1z) = 7X+Y+Z

- **الطريقة الرأسية :**

$$\begin{array}{r} 3X-5Y+3Z \\ \underline{4X+6Y-2Z} \\ =7X+Y+Z \end{array}$$

مثال٢: اجمع المقادير الجبرية الأتية : -2X+Y , 3X-2Y+Z

- **الطريقة الرأسية :**

$$\begin{array}{r} 3X-2Y+Z \\ \underline{-2X+Y} \\ =X-Y+z \end{array}$$

تحقق من اجابة نفس السؤال بـ الطريقة الأفقية

مثال ١ : اطرح المقدار الجبري 3X+4Y+2Z من المقدار الجبري 6X-2Y+5Z

الطريقة الأفقية :

6X-2Y+5Z - (3X+4Y+2Z) = 6X-2Y+5Z - 3X-4Y-2Z

= (6X-3X)+(-2Y-4Y)+(5Z-2Z) = 3X-6Y+3Z

الطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r} +6X-2Y+5Z \\ \underline{-3X-4Y-2Z} \\ =3X-6YY+3Z \end{array}$$

<u>مثال ٢ : اطرح المقدار اجبرى</u> 2X+Y- من المقدار الجبري 3X-2Y+Z

الطريق الرأسية :

$$\begin{array}{r} 3X-2Y+Z \\ +2X-Y \\ \hline =5X-3Y+Z \end{array}$$

تحقق من اجابة نفس السؤال بـ الطريقة الأفقية :

<u>ضرب مقدار جبرى فى مقدار جبرى اخر :</u>عند ضرب مقدار جبري مكون من حدين في مقدار جبري اخر تتبع الخطوات كما في الامثل التاليه :

<u>مثال١</u> : اختصر المقدار الجبري التاليه : (3X+3)(2X-4)

اولا :الطريقة الأفقية :

(3X+3)(2X-4) = 3X(2X-4))+3(2X-4)

$$=6X^2-12X+6X-12=6X^2+(-12+6)X-12=6X^2-6X-12$$

اولا : الطريقة الرأسية :

$$\begin{array}{r} 3X+3 \\ 2X-4 \\ \hline 6X^2+6X \\ -12X-12 \\ \hline 6X^2-6X-12 \end{array}$$

<u>مثال</u> ٢ : اوجد ناتج المقدار الجبري التالي: (X+3)(X-2)

الطريقة الأفقية :

(X+3)(X-2)=X(X-2)+3(X-2)

$$=X^2-2X+3X-6=X^2+(-2+3)X-6=X^2+X-6$$

تستطيع الحصول على نفس الحل بـ الطريقة الرأسية

<u>قسمة مقدار جبرى على حدين (مقدار جبرى اخر)</u>

مثال ١ : اقسم $6X^3+10X^2+8X+4$ على X+1

الحل :

$$\begin{array}{r|l} & 6x^2+4x+4 \\ \hline x+1 & 6x^3+10x^2+8x+4 \\ & 6x^3+6x^2 \\ \hline & \quad 4x^2+8x+4 \\ & \quad 4x^2+4x \\ \hline & \qquad 4x+4 \\ & \qquad 4x+4 \\ \hline \end{array}$$

مثال ٢ : اوجد ناتج قسمة $6X^3 - 16X^2 + 23X + 5$ على 3X-2

الحل

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2 - 4x + 5 \\
\hline
3x - 2 & 6x^3 - 16x^2 + 23x + 5 \\
 & 6x^3 - 4x^2 \\
\hline
 & 0 - 12x^2 + 23x + 5 \\
 & -12x^2 + 8x \\
\hline
 & 15x + 5 \\
 & 15x - 10 \\
\hline
 & 15
\end{array}
$$

المقادير الجبرية و تحليلها

المحاضرة السابقة : المقادير الجبرية

درجة المقدار $3X^2Y^4 - 48Y^5$

D) 6 , C) 5 , B)4 , A)2

درجة المقدار $19X^2Y^5 + 8Y^6 - Y^8$

D)5 C)8 B) 7 A)6

تحليل المقادير الجبرية

الاهداف الرئيسية :

- التعرف على طرق التحليل المختلفة .
- الفرق بين مربعين و مكعبين .
- ايجاد العامل المشترك و تحليل المقدار الثلاثي.

تحليل المقادير الجبرية :

تحليل المقدار الجبري هي كتابته بصيغة حاصل ضرب معاملاته ، وتوجد طرق متعددة لتحليل المقدار الجبري .

طرق تحليل المقادير الجبرية :

اولاً: التحليل بإخراج العامل المشترك الاعلى :

العامل المشترك هو المتغير او العدد الموجود بكل حد من حدود المقدار الجبري و لتوضيح هذه الطريقة اليك المثال التالي:

مثال : حلل المقادير التالية :

$\mathbf{i)}\ 5X^2 + 5X$

الحل :

$$5X^2 + 5X = 5XX + 5X = 5X(X + 1)$$

$\mathbf{ii)}\ 8X^3 + 4X^2 + 2X$

الحل :

$$8X^3 + 4X^2 + 2X = 2X(4X^2 + 2X + 1)$$

$\mathbf{iii)}\ 9X^3Y + 12XY^3$

الحل : $9X^3Y + 12XY^3 = (3)(3)XXXY + (3)(4)XYYY = (3XY)(3X^2 + 4Y^2)$

$\mathbf{iv)}\ 6X^3Y^7 - 30XY^3$

الحل: $6X^3Y^7 - 30XY^3 = 6X^3Y^7 - (6)(5)XY^3 = 6XY^3(X^2Y^4 - 5)$

ثانياً: تحليل الفرق بين مربعين :

يعرف تحليل الفرق بين مربعين على الصورة

$$X^2 - Y^2 = (X - y)(X + Y)$$

مثال: حلل المقادير التالية :

$1)\ X^2 - 9$

الحل : $X^2 - 9 = (X - 3)(X + 3)$

$2)\ Z^2 - 16$

الحل : $Z^2 - 16 = (Z - 4)(Z + 4)$

$3)\ 16X^4 - 25Y^2$

الحل : $16X^4 - 25Y^2 = (4X^2)^2 - (5Y)^2 = (4X^2 - 5Y)(4X^2 + 5Y)$

$4)\ 3X^2Y^4 - 48Y^2$

الحل : $3X^2Y^4 - 48Y^2 = 3Y^2(X^2Y^2 - 16) = 3Y^2(XY - 4)(XY + 4)$

ثالثاً: تحليل مجموع مكعبين و الفرق بينهما :

يكون في الصورة :
$$X^3 + Y^3 = (X + Y)(X^2 - XY + Y^2)$$
$$X^3 - Y^3 = (X - Y)(X^2 + XY + Y^2)$$

مثال: حلل المقادير التالية :

$1)X^3 - 8$

الحل : $X^3 - 8 = (X^3 - 2^3) = (X - 2)(X^2 + 2X + 2^2)$

$2)\ X^3 + 8$

الحل : $X^3 + 8 = (X + 2)(X^2 - 2X + 4)$

$3)\ 27X^3 + 64$

الحل : $27X^3 + 64 = ((3X)^3 + 4^3) = (3X + 4)(9X^2 - 12X + 16)$

$4)\ 2X^4 - 16X$

الحل :

$$2X^4 - 16X = 2X^4 - 2^4X = 2X(X^3 - 2^3) = 2X(X - 2)(X^2 + 2X + +4)$$

رابعاً : تحليل المقدار الثلاثي:

اولاً: تحليل المقدار الثلاثي البسيط يكون في الصورة :

$$\mathbf{X^2 + BX + C}$$

حيث b , c ثوابت و نتبع في التحليل الخطوات التالية :

- **نحلل X^2 الى X,X**
- **نحلل الحد المطلق C الى عاملين (عددين)**
- **فإذا كانت اشارة C موجبه نحلل C الى عاملين حاصل جمعهما يساوي b و اشارة العاملين متشابهين مثل اشارة b**
- **فإذا كانت اشارة C سالبه نحلل C الى عاملين الفرق بينهما يساوي b ، و اكبرهما يأخذ إشارة b و اصغرهما يأخذ اشارة عكسها .**

مثال :حلل المقادير التالية :

$1)\ X^2 + 5X + 6$

الحل : $X^2 + 5X + 6 = (X + 3)(X + 2)$

$2)\ X^2 - 7X + 6$

الحل : $X^2 - 7X + 6 = (X - 6)(X - 1)$

$3) X^2 - 2X + 1$

الحل: $X^2 - 2X + 1 = (X - 1)(X - 1$

$4) X^3 - 8X^2 + 15X$

الحل: $X^3 - 8X^2 + 15X = X(X^2 - 8X + 15) = X(X - 5)(X - 3)$

$5)\ 4Y^2 - 8Y + 4$

الحل : $4Y^2 - 8Y + 4 = (2Y - 2)(2Y - 2)$

تمارين :

١- اجمع المقادير الجبرية :

$$-2X^2 + Y - 3Z^2 \quad , \quad 3X^2 + 4Y + 2Z^2$$

٢- اوجد حاصل ضرب :

$$(3X^2 - 2Z^2)(3X^2 - Y2Z)$$

٣- حلل المقادير التالية :

$$2)\ 6X^2 - 5X + 1 \qquad 1)\ X^2 - 5X + 6$$

تمارين

العمليات الجبرية و تحليلها

جميع التمارين محلوله في محاضره الفيديو المباشرة الثانية

عدد حدود المقدار $3X^2Y^4 - 48Y^3XM$

A)2 **B)5** **C)6** **D)7**

درجة المقدار $2X^9Y^1b - 33Y^9X + 11$

A)11 **B)10** **C)9** **D)1**

مثال:حل المقادير التالية (العامل المشترك)

$1)\ 18X^2Y + 9XY^3$

$1)\ 18x^2y + 9xy^3$

$= 2\cdot 9\cdot x\cdot x\cdot y + 9\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y$

$= 9xy(2x + y^2)$

$2)\ 9X^3 + 3X^2 + 3X$

الحل : $3X(3X^2 + X + 1)$

مثال: حل المقادير التالية :

$1)\ 4X^2 - 16Y^2$

$X^2 - Y^2 = (X - Y)(X + Y)$

$1)\ 4x^2 - 16y^2$

$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$

$= 2^2x^2 - 4^2y^2$

$= (2x)^2 - (4y)^2$

$= (2x - 4y)(2x + 4y)$

2) $81X^4 - 100Y^2$

$X^2 - Y^2 = (X - Y)(X + Y)$

2) $81x^4 - 100y^2$

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

$= 9^2 (x^2)^2 - 10^2 y^2$

$= (9x^2)^2 - (10y)^2$

$= (9x^2 - 10y)(9x^2 + 10y)$

مثال : حلل المقادير التالية :

1) $27X^3 - 64$

$X^3 + Y^3 = (X + Y)(X^2 - XY + Y^2)$
$X^3 - Y^3 = (X - Y)(X^2 + XY + Y^2)$

$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$
$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

1) $27x^3 - 64$

$= 3^3 x^3 - 4^3$

$= (3x)^3 - (4)^3$

$= (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16)$

2) $2m^3 + 16$

$2(m^3 + 2^3) = 2(m + 2)(m^2 - 2m + 4)$

2) $2m^3 + 16$

$= 2m^3 + 2$

$= 2(m^3 + 2^3)$

$= 2(m + 2)(m^2 - 2m + 4)$

$3)\ 6X^5 - 48X^2$

$$X^3 + Y^3 = (X+Y)(X^2 - XY + Y^2)$$
$$X^3 - Y^3 = (X-Y)(X^2 + XY + Y^2)$$

$$6X^2(X^3 - 8) = 6X^2(X-2)(X^2 + 2X + 4)$$

$3)\ 6x^5 - 48x^2$

$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

$= 6X^2(X^3 - 8)$

$= 6X^2(X - 2)(X^2 + 2X + 4)$

مثال :حلل المقادير التالية :

$1)\ X^2 - 5X + 6$

$1)\ (X-2)(X-3)$

$2)\ 6X^2 - 5X + 1$

$2)\ (2X-1)(3X-1)$

$3)\ 6X^2 - 14X - 12$

$3)\ (2X-6)(3X+2)$

$4)\ X^3 - X$

$4)\ X(X^2 - 1)$

$= X(X^2 - 1^2)$

$= X(X-1)(X+1)$

مثال١ : اجمع المقادير الجبرية:

$1)\ -2X^2 + Y - 3Z^2 \qquad 2)\ 3X^2 + 4Y + 2Z^2$

$$\begin{array}{r} -2X^2 + Y - 3Z^2 \\ \underline{3X^2 + 4Y + 2Z^2} \\ = X^2 + 5Y - Z^2 \end{array}$$

مثال ٢ اطرح المقدار الجبري $2X^2 + Y - 3Z^2$ **من المقدار الجبري** $3X^2 + 4Y + 2Z^2$

$$\begin{array}{r} 3X^2 + 4Y + 2Z^2 \\ \underline{2X^2 - Y + 3Z^2} \\ = X^2 + 3Y + 5Z^2 \end{array}$$

مثال ٣: اوجد حاصل ضرب $(3X^2 - 2Z^2)(2X^2 - Y + 2Z)$

$9X^4 - 3X^2Y + 6X^2Z$

$= 6Z^2X^2 + Z^2Y - 4Z^3$

المقادير الكسرية

الفصل الاول :

- **المجموعات و العمليات عليها .**
- **مجموعات الاعداد + تمارين .**

الفصل الثاني :

- **الفترات و القيمة المطلقة .**
- **قابلية القسمة للأعداد الصحيحة و القواسم و المضاعفات .**

الفصل الثالث :

- **العمليات الجبرية و ترتيبها .**
- **الاسس و اللوغاريتمات .**
- **الجذور و تمارين .**
- **المقادير الجبرية .**
- **تحليل المقادير .**

الفصل الرابع :

- **الكسرالخامس: (المقادير الكسرية)**

الفصل الخامس :

- **حل المعادلات خطيه في مجهول واحد و مجهولين و معادلات من الدرجة الثانية.**

الفصل السادس :

- **المتتاليات (المتتابعات) .**

الفصل السابع :

- **المصفوفات و المحددات .**

العمليات ناتج (X-1)(X+1)

$A)\ X^2+2 \quad B)\ X^2+2X-1 \quad C)X^2-1 \quad D)X^2+1$

الاهداف الرئيسية :

- ❖ **التعرف على المقادير الكسرية .**
- ❖ **تطبيق اجراء العمليات الجبرية على المقادير الكسرية.**

الفصل الرابع : العمليات الجبرية

ماهي المقادير الكسرية : المقدار الكسري هو عباره عن ناتج قسمة مقدار جبري على اخر بحيث يصبح المقسوم بالبسط و المقسوم عليه بالمقام .

مثال: $1)\ \frac{7}{X^2-1}$

$2)\ \frac{X^2+1}{X+1}$

$3)\ \frac{X^3+X-Y}{X+Y}$

العمليات الجبرية للمقادير الكسرية :

اولا: جمع و طرح المقادير الكسرية :

القاعدة الاولى :

اذا كانت المقادير الكسرية لها نفس المقام فيكون الناتج له هو اخذ نفس المقام ثم جمع (او طرح) البسط الاول مع البسط الثاني .

اي ان : $\frac{Z}{Y}+\frac{X}{Y}=\frac{Z+X}{Y}\ ,\ Y\neq 0$ ، $\frac{Z}{Y}-\frac{X}{Y}=\frac{Z-X}{Y}\ ,\ Y\neq 0$

مثال : اوجد ناتج ما يلي :

$1)\ \frac{X+2}{Z}+\frac{5X-1}{Z}=\frac{X+2+5X-1}{Z}=\frac{6X+1}{Z}$

$2)\ \frac{X+2}{Z}-\frac{5X-1}{Z}=\frac{X+1-(5X-1)}{Z}=\frac{-4X+2}{Z}$

$3)\ \frac{3Y+2}{X^3-X-1}+\frac{4Y-5}{X^3-X-1}=\frac{7Y-3}{X^3-X-1}$

القاعدة الثانية :

اذا كانت المقادير الكسرية لها مقامات مختلفة ففي هذه الحالة يجب علينا توحيد المقامات ومن ثم تطبيق القاعدة الاولى .

اي ان : $\frac{Z}{X}-\frac{W}{Y}=\frac{ZY-XW}{XY}$, $\frac{Z}{X}+\frac{W}{Y}=\frac{ZY+XW}{XY}$

مثال: اوجد ناتج ما يلي :

$$1)\ \frac{X}{Y^2}-\frac{X+2}{Y}$$

$$=\frac{X}{Y\,Y}-\frac{Y(X+2)}{Y\,Y}$$

$$=\frac{X}{Y^2}-\frac{YY(X+2)}{Y^2}$$

$$=\frac{X-YX-2Y}{Y^2}$$

$$2)\ \frac{7}{X^2}+\frac{2}{X}$$

$$=\frac{7}{X^2}+\frac{2X}{X\,X}$$

$$=\frac{7+2X}{X^2}$$

$$3)\ \frac{Y}{X-1}+\frac{4Y}{X}$$

$$=\frac{X\,Y}{X(X-1)}+\frac{(X-1)4Y}{(X-1)X}$$

$$=\frac{X\,Y}{X^2-X}+\frac{4XY-4Y}{X^2-2}$$

$$=\frac{XY+4XY-4Y}{X^2-X}$$

$$=\frac{5XY-4Y}{X^2}$$

ملحوظه : عند توحيد المقامات لمقادير كسريه فإنه يجب تحليل مقامات الكسور الى عواملها الأولية ان امكن ذلك .

مثال : اوجد ناتج ما يلي (اختصر كل من):

$$1)\ \frac{5}{X^2-4}+\frac{X^2}{X+2}$$

$$=\frac{5}{(X-2)(X+2)}+\frac{X^2}{X+2}$$

$$=\frac{5}{(X-2)(X+2)}+\frac{(X-2)X^2}{(X-2)(X+2)}$$

$$=\frac{5+(X-2)X^2}{(X-2)(X+2)}$$

$$=\frac{5-2X^2+X^3}{X^2-4}$$

$$2)\ \frac{1}{X^2-1}-\frac{2}{X-1}$$

$$=\frac{1}{(X-1)(X+1)}-\frac{2}{X-1}$$

$$=\frac{1}{(X-1)(X+1)}-\frac{2(X+1)}{(X-1)(X+1)}$$

$$=\frac{1-2(X+1)}{(X-1)(X+1)}$$

$$=\frac{1-2X-2}{X^2-1}=\frac{-2X-1}{X^2-1}$$

$$3)\ \frac{X^2-2}{X^2}-\frac{X^2+1}{3X}$$

$$=\frac{X^2-2}{X.X}-\frac{X^2+1}{3X}$$

$$=\frac{3(X^2-2)}{3X.X}-\frac{X(X^2+1)}{3X.X}$$

$$=\frac{3X^2-6}{3X^2}-\frac{(X^3+X)}{3X^2}$$

$$=\frac{3X^2-6-X^3-X}{3X^2}$$

$$=\frac{-X^3+3X^2-X-6}{3X^2}$$

ثانياً : ضرب المقادير الكسرية :

في عملية الضرب يكون ناتج المقادير الكسرية هو ضرب البسط في البسط و المقام في المقام .

اي ان : $\frac{Z}{Y}\cdot\frac{X}{W}=\frac{Z.X}{Y.W}\leftarrow$

مثال: اوجد ناتج ما يلي :

$$1)\ \frac{7}{X^2}\cdot\frac{2}{X}=\frac{2\cdot 7}{X^2X}=\frac{14}{X^3}\qquad ، \qquad 2)\ \frac{X}{X-1}\cdot\frac{4}{X}=\frac{4X}{(X-1)X}=\frac{4}{X-1}$$

$$3)\ \frac{X^2-2}{X^2}\cdot\frac{X^2+1}{3X}=\frac{(X^2-2)(X^2+1)}{(X^2)(3X)}=\frac{X^4+X^2-2X^2-2}{3X^3}=\frac{X^4-X^2-2}{3X^3}$$

$$4)\ \frac{X^2-2}{X-1}\cdot X=\frac{X^2-2}{X-1}\cdot\frac{X}{1}=\frac{X(X^2-2)}{X-1}=\frac{X^3-2X}{X-1}$$

ثالثا: قسمة المقادير الكسرية :

في عملية القسمة لابد في البداية من تحويل العملية الى ضرب و ذلك بقلب المقدار الكسري الثاني ومن ثم تطبيق القاعدة السابقة في الضرب .

اي ان: $\frac{Z}{Y}\div\frac{X}{W}=\frac{Z}{Y}\times\frac{W}{X}=\frac{Z\cdot W}{Y\cdot X}$

مثال: اوجد ناتج ما يلي :

$$1)\ \frac{6}{X^2}\div\frac{2}{X}=\frac{6}{X^2}\times\frac{X}{2}=\frac{6X}{2X^2}=\frac{3}{X}$$

$$2)\ \frac{X}{X-1}\div\frac{4}{X}=\frac{X}{X-1}\times\frac{X}{4}=\frac{X\cdot X}{4(X-1)}=\frac{X^2}{4X-4}$$

$$3)\ \frac{X^2+1}{X-1}\div\frac{X+1}{X^2-1}=\frac{X^2+1}{X-1}\times\frac{X^2-1}{X+1}=\frac{(X^2+1)(X^2-1)}{(X-1)(X+1)}=\frac{(X^2+1)(X-1)(X+1)}{(X-1)(X+1)}=X^2+1$$

تمارين : اوجد ناتج كل من :

$$1)\ \frac{5X+3}{6X}-\frac{X+1}{2X}=\frac{5X+3}{6X}-\frac{3(X+1)}{3\times 2X}=\frac{5X+3}{6X}-\frac{3X+3}{6X}=\frac{5X+3-3X-3}{6X}=\frac{2X}{6X}=\frac{2X}{2\times 3X}=\frac{1}{3}$$

$$2)\ \frac{X^3-X}{2X^2}-\frac{X^2-2}{X}=\frac{X^3-X}{2X^2}-\frac{2X(X^2-2)}{2X.X}=\frac{X^3-X}{2X^2}-\frac{2X^3-4X}{2X^2}\frac{X^3-X-2X^3+4X}{2X^2}=\frac{-X^3+3X}{2X^2}=\frac{X(3-X^2)}{2X^2}=\frac{3-X^2}{2X}$$

$$3)\ \frac{1}{X^2-4}+\frac{2X}{X+2}=\frac{1}{X^2-4}+\frac{(X-2)2X}{(X-2)(X+2)}=\frac{1}{X^2-4}+\frac{2X^2-4X}{X^2-4}=\frac{1+2X^2-4X}{X^2-4}=\frac{2X^2-4X+1}{X^2-4}$$

$$4)\ \left(\frac{X}{X-5}\right)^{-1}\times(2X^2)^{-2}=\frac{X-5}{X}\times 2^{-2}X^{-2\times 2}=\frac{X-5}{X}\times(2^{-2}X^{-4})=\frac{X-5}{X}\times\frac{1}{2^2X^4}=\frac{X-5}{4X^5}$$

تمارين المقادير الكسرية

العمليات الجبرية للمقادير الكسرية :

- **جمع و طرح المقادير الكسرية :**

القاعدة الاولى : $Y \neq 0$, $\frac{Z}{Y}+\frac{X}{Y}=\frac{Z+X}{Y}$ ، $Y \neq 0$, $\frac{Z}{Y}-\frac{X}{Y}=\frac{Z-X}{Y}$

القاعدة الثانية : $\frac{Z}{X}-\frac{W}{Y}=\frac{ZY-XW}{XY}$, $\frac{Z}{X}+\frac{W}{Y}=\frac{ZY+XW}{XY}$

- **ضرب و قسمة المقادير الكسرية :**

$$\frac{Z}{Y}\div\frac{X}{W}=\frac{Z}{Y}\times\frac{W}{X}=\frac{Z\cdot W}{Y\cdot X}$$

ناتج المقدار : $\frac{3}{X^2}\div\frac{1}{X^3}$

A) 3X

$B)\ 3X^2$

$C)\ \frac{3}{X}$

$D) X^2+1$

مثال : اوجد ناتج ما يلي :

$$1)\ \frac{5X+3}{6X}-\frac{X+1}{2X}=\frac{5X+3}{6X}-\frac{3(X+1)}{3\times2X}=\frac{5X+3}{6X}-\frac{3X+3}{6X}=\frac{5X+3-3X-3}{6X}=\frac{2X}{6X}=\frac{2X}{2\times3X}=\frac{1}{3}$$

$$2)\ \frac{X^3-X}{2X^2}-\frac{X^2-2}{X}=\frac{X^3-X}{2X^2}-\frac{2X(X^2-2)}{2X.X}=\frac{X^3-X}{2X^2}-\frac{2X^3-4X}{2X^2}\frac{X^3-X-2X^3+4X}{2X^2}=\frac{-X^3+3X}{2X^2}=\frac{X(3-X^2)}{2X^2}=\frac{3-X^2}{2X}$$

$$3)\ \frac{1}{X^2-4}+\frac{2X}{X+2}=\frac{1}{X^2-4}+\frac{(X-2)2X}{(X-2)(X+2)}=\frac{1}{X^2-4}+\frac{2X^2-4X}{X^2-4}=\frac{1+2X^2-4X}{X^2-4}=\frac{2X^2-4X+1}{X^2-4}$$

$$4)\ \frac{Y}{X^2-X+1}+\frac{X}{Y}=\frac{Y.Y}{Y(X^2-X+1)}+\frac{X(X^2-X+1)}{Y(X^2-X+1)}=\frac{Y^2}{Y(X^2-X+1)}+\frac{X^3-X^2+X}{Y(X^2-X+1)}=\frac{X^3--X^2+Y^2+X}{X^2Y-XY+Y}$$

$$5)\ \frac{Y+1}{2Y-5}+\frac{3Y+1}{Y-2}=\frac{(Y-2)(Y+1)}{(Y-2)(2Y-5)}+\frac{(2Y-5)(3Y+1)}{(2Y-5)(Y-2)}=\frac{Y^2+Y-2Y-2}{(Y-2)(2Y-5)}+\frac{6Y^2+2Y-15Y-5}{(2Y-5)(Y-2)}=\frac{Y^2-Y-2}{(Y-2)(2Y-5)}+\frac{6Y^2-13Y-5}{(2Y-5)(Y-2)}=\frac{Y^2-Y-2+6Y^2-13Y-5}{(Y-2)(2Y-5)}=\frac{7Y^2-14Y-7}{2Y^2-9Y+10}$$

$$6)\ \frac{Y+1}{2Y-5}\cdot\frac{3Y+1}{Y-2}=\frac{(Y+1)(3Y+1)}{(2Y-5)(Y-2)}=\frac{3Y^3+Y+3Y+1}{2Y^2-4Y-5Y+10}=\frac{3Y^2+4Y+1}{2Y^2-9Y+10}$$

$$7)\ \frac{Y+1}{2Y-5}\div\frac{3Y+1}{Y-2}=\frac{Y+1}{2Y-5}\cdot\frac{Y-2}{3Y+1}=\frac{(Y+1)(Y-2)}{(2Y-5)(3Y+1)}=\frac{Y^2+Y-2Y-2}{6Y^2+2Y-15Y-5}=\frac{Y^2-Y-2}{6Y^3-13Y-5}$$

$$8)\ \frac{X^2-4}{X-2}.(3X)^{-1}=\frac{X^2-4}{X-2}.\frac{1}{3X}=\frac{X^2-4}{3X(X-2)}=\frac{X^2-4}{3X^2-6X}$$

$$9)\ \left(\frac{X}{X-5}\right)^{-1}\times(2X^2)^{-2}=\frac{X-5}{X}\times 2^{-2}X^{-2\times2}=\frac{X-5}{X}\times(2^{-2}X^{-4})=\frac{X-5}{X}\times\frac{1}{2^2X^4}=\frac{X-5}{4X^5}$$

$$10)\ \left(\frac{X^2+1}{X+1}\right)^{-1}\div\frac{X}{X^2-3}=\frac{X-1}{X^2+1}\div\frac{X}{X^2-3}=\frac{X-1}{X^2+1}\times\frac{X^2-3}{X}=\frac{(X-1)(X^2)-3}{X(X^2+1)}=\frac{X^3-3X-X^2+3}{X^3+X}$$

الفصل الخامس

حل معادلات خطيه في مجهول و مجهولين

الفصل الخامس : حل معادلات من الدرجة الاولى في متغير احد و متغيرين جبريا

الاهداف الرئيسية :

- **حل معادلات خطيه من الدرجة الاولى .**
- **حل نظام مكون من معادلتين من الدرجة الاولى في مجهولين جبريا .**

حل معادلات الدرجة الاولى في مجهول واحد : المعادلة من الدرجة الاولى في مجهول واحد في معادله على الصورة .

$$ax + b = 0 \quad ; \quad a , b \in R \quad , \quad a \neq 0$$

وحل هذه المعادلة يقصد به ايجاد قيمة المتغير X و بالتالي :

- **تحقق المعادلة و تجعل المساواة صحيحه .**
- **او سوف نحصل على قيمه تجعل الطرف الايمن للمعادلة مساويا للطرف الايسر فيها .**
- **و يكون الحل العام لهذه المعادلة :** $X = -\frac{b}{a}$

مثال : اوجد حل المعادلة الأتية :

$1)\ 4X + 20 = 0$

1(X=4 2(X=5 3(X= -5 4(X= -4

$2)\ 7X - 2 = 2X + 8$

1(X= -2 2(X= +2 3(X= +3 4(X= -4

$3)\ 3X - 10 = 2$

$,\quad 4)\ X - 5 = 2X + 3$

مثال : اوجد قيمة المجهول X في كل من :

$!)\ 3^{3X+2} = 27 \quad , \quad !!)\ 2^{2X+2} = 16^2$

معادلتان خطيتان بمتغيرين :

الشكل العام للمعادلتين هو $dx + hy = k \quad , \quad ax + by = c$

حيث a,b,c,d,h,k ثوابت معلومة ، و المتغيرين هما X,Y ولهما مجموعه من القيم تحقق المعادلتين

و تسمى مجموعة الحل . وهناك طريقتين لحل هاتين المعادلتين جبريا هما :

!) طريقة الحذف ، !!) طريقة التعويض

أولا : طريقة الحذف :

وذلك بحل المعادلتين مع بعضهما بغرض حذف احد المتغيرين من المعادلتين ثم نوجد قيمة المتغير الثاني ، وبعد ذلك نعوض في احدى المعادلتين لا يجاد المتغير الاخر .

مثال ١ : اوجد حل المعادلتين الاتيتين جبريا باستخدام طريقة الحذف :

$$3X - Y = 16 \quad , \quad 2X + Y = 9$$

!) (X,Y)=(5,-1)

!!)(X,Y)=(5,+1) ,

!!!)(X,Y)=(-5.1)

!!!!)(X,Y)=(-5,-1_

مثال٢: حل المعادلتين الاتيتين جبريا بأستخدام طريقة الحذف :

$$X + 3Y = 16 \quad , \quad X - 2Y = -9$$

مثال ٣: حل المعادلتين الاتيتين جبريا بأستخدام طريقة الحذف :

$$3X + 4Y = 14 \quad , \quad 2X - Y = 9$$

ثانيا: طريقة التعويض :

نعوض بقيمة احد المتغيرين من إحدى المعادلتين في المعادلة الاخرى ، ينتج لدينا معادله خطيه في متغير واحد ، وبحلها نوجد قيمته ، ثم بالتعويض نوجد قيمة المتغير الاخر .

مثال ٤ : حل المعادلتين الاتيتين جبريا بأستخدام طريقة التعويض :

$$2X - 3Y = -2 \quad , \quad Y = -4X + 24$$

الحل:

2X-3Y=-2…..(1)

Y=-4X+24 ……..(2)

بالتعويض من المعادلة ٢ في المعادلة ١ نجد ان

2X-3(-4X+24)=-2

2X+12X-72=-2 , 14X=70

إذن X=5

وبالتعويض عن قيمة X=5 في المعادلة ٢ نجد ان : Y=-4(5)+24=-20+24=4

مثال ٥: ما العددان الذي مجموعهما ٧٠ و الفرق بينهما ٢٠ ؟

حل معادله من الدرجة الثانية

في مجهول واحد جبريا و بيانيا

حل معادلات من الدرجة الاولى

حل المعادلة 2X+9=X+10

D)3 C)2 B)1 A)0

حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد :

الاهداف الرئيسية :

- **ايجاد حل معادلة من الدرجة الثانية جبريا وبيانيا .**

حل معادلات الدرجة الثانى فى مجهول واحد جبريا :

كل معادله بعد تبسيطها اذا احتوت على مجهول واحد ، وكانت اعلى درجه للمجهول فيها هي الدرجة الثانية ، سميت معادله من الدرجة ذات مجهول واحد ، و الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية في مجهول واد هي :: $\mathbf{aX^2 + bX + c = 0 \quad ; a, b, c \in R \,, a \neq 0}$

ويمكن حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بأكثر من طريقه وسوف نناقش بعض هذه الطرق :

- **طريقة التحليل**
- **طريقة القانون العام**

اولا: حل معادلة الدرجة الثانية بطريقة التحليل :

سوف نوظف ما درسناه عن التحليل في حل معادلة الدرجة الثانية بمجهول واحد ، وسنعتمد على الحقيقة التالية : $\mathbf{ab = 0 \rightarrow a = 0 \text{ or } b = 0 \quad \forall a, b \in R}$

مثال ١ : اوجد R مجموعة حل المعادلة :

$$\mathbf{X^2 + 7X + 12 = 0}$$

الحل : نحلل المعادلة الى $\mathbf{X^2 + 7X + 12 = 0}$

(X+3)(X+4)=0

X+3=0 أو X+4=0

$X+3=0 \rightarrow X=-3$ $\quad$ $X+4=0 \rightarrow X=-4$

نقول ان لهذه المعادلة حلين او جذرين 3- , 4- ونكتب $X_1 = -3 \,, X_2 = -4$ و المجموعة {-3,-4}

تسمى مجموعة الحل في R للمعادلة $X^2 + 7X + 12 = 0$

و اذا اردنا التحقق من صحة الحل ، نعوض في المعادلة كمايلي :

$$X = -3 \;\rightarrow = (-3)^2 + 7(-3) + 12 = 9 - 12 + 12 = 0$$

$$X = -4 \;\rightarrow = (-4)^2 + 7(-4) + 12 = 16 - 28 + 12 = 0$$

مثال٢ : اوجد R مجموعة حل المعادلة : $X^2-7X+6=0$

الحل : نحلل المعادلة الى (X-6)(x-1)=0

$X-1=0 \to X=1$

$X-6=0 \to X=6$

اذن مجموعة الحل هي {1,6}

مثال٣: اوجد في R مجموعة حل المعادلة $X^2+2X=0$

الحل : نحلل المعادلة الى $X^2+2X=0$

(X+0)(X+2)=0

X=0

$X+2=0 \to X=-2$

اذن مجموعة حل المعادلة هي {-2,0}

مثال٤ : اوجد R مجموعة حل المعادلة : $5X^2-7X-6=0$

الحل : نحلل المعادلة الى : (5X+3)(X-2)=0

$5X+3=0 \to 5X=-3 \to X=-\frac{3}{5}$

$X-2=0 \to X=2$

إذن مجموعة حل المعادلة هي $\left\{-\frac{3}{5},2\right\}$

مثال٥: اوجد في *R* مجموعة حل المعادلة : $X^2=8X-15$

الحل :نضعها على الصورة قبل التحليل : $X^2-8X+15=0$ $\quad X^2=8X-15$

(X-3)(X-5)=0

$X-5=0 \to X=5$, $X-3=0 \to X=3$

إذن مجموعة حل المعادلة هي {3.5}

ثانيا :حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد باستخدام القانون .

يمكن حل معادلات الدرجة الثانية $aX^2+bX+c=0\ ;\ a,b,c\in R\ ,\ a\neq 0$

في مجهول واحد بأستخدام القانون التالي $X_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

ملحوظه : معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد لها حلان (جذران)

<u>مثال</u> ١ : اوجد في R مجموعة حل المعادلة $X^2 - 5X + 6 = 0$

A= I , b=-5 , c=6

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$X_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad , \quad X_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن مجموعة حل المعادلة هي {2,3}

انواع جذور المعادلة من الدرجة الثانية :

المقدار $\Delta = b^2 - 4ac$ يسمى مميز المعادله $aX^2 + bX + c = 0$ وهذا المقدار يحدد نوع جذري المعادله كما يلي:

1. **اذا كانت $\Delta = 0$ فيكون الحل $X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-b \pm 0}{2a} = -\frac{b}{2a}$**

وفي هذه الحالة يوجد جذر حقيقي وحيد مكرر

2. **اذا كانت $0 < \Delta$ فإنه يوجد جذران حقيقيان مختلفان**
3. **اذا كانت $0 > \Delta$ فإن $\sqrt{\Delta}$ غير موجود في R ولكنه عدد مركب و يكون المعادلة جذرين مركبين مختلفين مترافقين .**

<u>مثال</u> ٢ : اذكر نوع جذري في المعادلات الأتية :

$$!)\ X^2 - 8X + 15 = 0 \quad , \quad !!)\ X^2 - 4X + 8 = 0$$

الحل :

$$!)X^2 - 8X + 15 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (8)^2 - 4(1)(15) = 64 - 60 = 4 > 0$$

إذن الجذران حقيقيان مختلفان

$$!!)\ X^2 - 4X + 8 = 0$$

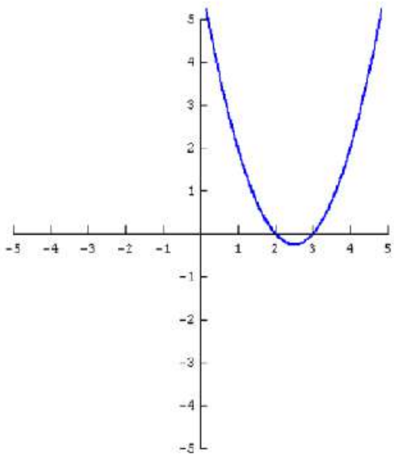
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(8) = 16 - 32 = -16 < 0$$

إذن الجذران غير حقيقيان وهما مركبان مترافقان

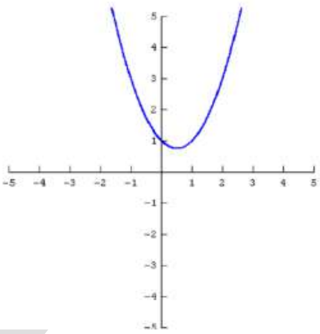
حل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانيا : وذلك برسم منحنى المعادلة $aX^2 + bX + c = 0$ في المستوى وتعيين نقاط التقاطع مع محور X ويوجد ثلاث حالات :

1. **المنحنى يقطع محور Xفي نقطه واحده ↔ جذر حقيقي واحد مكرر**
2. **المنحنى يقطع محور Xفي نقطتين مختلفتين ↔ جذران حقيقيان**
3. **المنحنى لايقطع المحور X في اي نقطه ↔ ليس للمعادله حل في R**

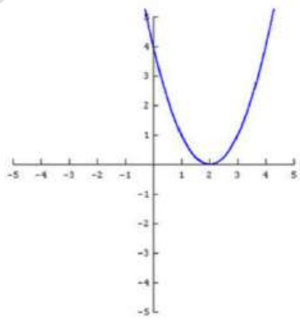
A



B



C



الواجب الأول لمقرر مبادئ الرياضيات -١٤٣٨

المستوى الأول / إدارة أعمال

جامعة الدمام / التعليم عن بعد- إحساس

السؤال 1

اذا كان لدينا

$U = \{1,2,3,4,5,6,a,b\}$

$A = \{1,2,3,b\}$

$B = \{2,3,5,a\}$

$A - B = ...$

- $A - B = \{2,3\}$
- $A - B = \{1,b\}$
- $A - B = \{1,2,3,5,a,b\}$
- $A - B = \{5,a\}$

السؤال 2

$[8 \times \{(2+3\times3)-2\times5\}\div2]\times2-3 = ...$

- 3
- 4
- 5
- 6

السؤال 3

يقبل العدد الصحيح 123456 القسمة على كل من الأعداد التاليه

- 2,3,4,5
- 2,3,5,6
- 2,3,4,6
- 3,5,6

السؤال 4

$[-3,6] \cap (3,10) = ...$

- $[3,6]$
- $(3,6]$
- $(3,6)$
- $(-3,10]$

السؤال 5

يوجد علاقة واحدة صحيحة بين كل من مجموعات الأعداد التالية

- $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{N}$
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- $\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$

السؤال 6

المسافة بين النقطتين

$a = -3$

$b = +3$

على خط الاعداد تساوي

- 6
- 3
- -3
- -6

لا تنسونا من صالح دعائكم

استغفر الله ..

الواجب الثاني لمقرر مبادئ الرياضيات -١٤٣٨

المستوى الأول / إدارة أعمال

جامعة الدمام / التعليم عن بعد- إحساس

السؤال الأول

يمكن تحليل المقدار الجبري

$5x^5 + 40x^2 =$

- $\boxed{5x^2(x+2)(x^2-2x+4)}$
- $8x^2(x+2)(x^2-5x+1)$
- $5x^2(x-2)(x^2-2x-4)x$
- $5x^2(x-2)(x^2+2x+4)$

السؤال الثاني

ناتج المقدار

$\left(\frac{27x^3}{9x}\right)^2 =$

- $3x^4$
- 9
- $3x^2$
- $\boxed{9x^4}$

السؤال الثالث

ناتج المقدار

$$3a\sqrt{24a^2b^2} - b\sqrt{54a^4} =$$

- ◉ $\boxed{3a^2b\sqrt{6}}$
- ○ $9a^2b\sqrt{6}$
- ○ $-9a^2b\sqrt{6}$
- ○ $-3a^2b\sqrt{6}$

السؤال الرابع

درجة المقدار الجبري

$$2x^3y^4z\,w + 99x^4z^2y\,w - z^7y$$

يساوي

- ○ 8
- ◉ $\boxed{9}$
- ○ 7
- ○ 6

السؤال الخامس

ناتج المقدار

$$\log_3\left(\frac{1}{9}\right) =$$

- -1
- 2
- -2
- 0

السؤال السادس

ناتج جمع المقدارين الجبريين

$$7x + 2y - 5z$$
$$-4y - 5x$$

يساوي

- $2x - 2y + 5z$
- $x - 2y - z$
- $-2x + 2y + 5z$
- $2x - 2y - 5z$

لا تنسونا من صالح دعائكم

استغفر الله ..

@e7sas_ud