

المحاضرة الثالثة عشر

الفصل السابع : المصفوفات ..

تعريف: نقول ان المصفوفة عبارة عن تنظيم للأعداد مرتبة على شكل صفوف او اعمدة في جدول مستطيل الشكل حيث يتكون هذا المستطيل من m من الصفوف و n من الأعمدة وتوضع هذه الاعداد الحقيقية داخل اقواس كبيرة ويرمز عادة للمصفوفات بالأحرف الكبيرة $A, B, C, \dots$. اما عن عناصر المصفوفة فيرمز لها بالأحرف الصغيرة $a, b, c, \dots$.

ويمكن كتابة الصورة العامة لأي مصفوفات كالآتي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

نلاحظ ان هذه المصفوفة مكونة من m صف و n عمود ...

ويمكن تعريف رتبة المصفوفة " درجتها " بأنها عبارة عن حاصل ضرب الصفوف في الاعمدة ($m \times n$) .

ويرمز لكل عنصر من عناصر المصفوفة بحرف صغير a_{ij} (حرف صغير ورقمين صغيرين الاول i يمثل رقم الصف والثاني j يمثل رقم العمود)

ومن الامثلة على المصفوفات:

$$B = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \text{ مصفوفة مربعة}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ مصفوفة } 2 \times 3$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ مصفوفة عمودية } 3 \times 1 \quad D = [-5] \text{ مصفوفة مربعة تتكون فقط من عنصر واحد}$$

$$E = \begin{bmatrix} 10 & 7 & 5 & 4 & -1 \end{bmatrix} \text{ مصفوفة افقية } 1 \times 5$$

والان سنتعرف على بعض المصفوفات المعروفة بأسماء معينة واشكال محدودة :

١. المصفوفة المستطيلة:

دائما عدد الصفوف $\neq$ عدد الاعمدة ($m \neq n$) و مثال على ذلك :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ وفيها عدد العناصر } 2 \times 3 = 6$$

٢. المصفوفة المربعة :

اذا كان عدد الصفوف = عدد الاعمدة سميت المصفوفة المستطيلة بالمصفوفة المربعة .

بمعنى ان : ($m = n$) او ($n = n$)

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ } 3 \times 3$$

٣. المصفوفة الصفريّة :

وهي المصفوفة التي يكون فيها كل العناصر اصفار وسيرمز لها بالرمز 0 وتكتب على الشكل التالي :

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ مصفوفة صفريّة مربعة } 2 \times 2$$

٤. المصفوفة القطريّة:

وهي مصفوفة مربعة جميع عناصرها اصفار ما عدا عناصر القطر الرئيسي ومن الامثلة عليها :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ ويمكن كتابة المصفوفة القطرية على الصورة التالية :}$$

$$A = \text{diag} [2 \ 1 \ -1]$$

٥. مصفوفة الوحدة (الاحادية):

هي المصفوفة القطرية التي يكون جميع عناصر القطر = 1

$$I = A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ } 2 \times 2$$

$$I = B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ } 3 \times 3 \text{ وسوف نرمز للمصفوفة الوحدة بالرمز } I \text{ (identity matyix)}$$

تعريف : يقال ان المصفوفتين A , B متساويتين اذا فقط اذا حققت الشروط التالية:

- درجة المصفوفة الاولى = درجة المصفوفة الثانية $m_1 \times n_1 = m_2 \times n_2$
- اذا كانت العناصر المتناظرة في كلا المصفوفتين متساوية ..

مثال : اوجد قيمة كل من x , y حيث :

$$\begin{bmatrix} 3 & x \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3y-1 \end{bmatrix}$$

الحل : العناصر المتناظرة متساوية بحيث ان المصفوفة في الطرف الايسر = المصفوفة في الطرف الأيمن وبالتالي:

$$X = -4$$

$$5 = 3y - 1 \quad 3y = 5 + 1$$

$$3y = 6$$

$$Y = 2$$

مثال : اوجد قيمة المجاهيل فيما يلي :

$$\begin{bmatrix} 3 & x-2 \\ y & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -x \\ 2-y & 1/z \end{bmatrix}$$

الحل :

$$x - 2 = -x \rightarrow x + x = 2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$$

$$y = 2 - y \rightarrow y + y = 2 \rightarrow 2y = 2 \rightarrow y = 1$$

$$-5 = 1/z \rightarrow -5/1 = 1/z$$

بالضرب التبادلي نحصل على :

$$-5z = 1 \rightarrow z = -1/5$$

وللتأكد نعوض قيمة z في المصفوفة من الطرف الايمن : $= 5 = \frac{1}{-1/5}$

$$-5 = 1 \times -5/1$$

نهاية المحاضرة ...

تمرين: اوجد قيمة المتغيرات المجهولة اذا كان :

$$\frac{1/x - 1}{y + 1} = \frac{-3}{2y - 4} \cdot \frac{z}{-1}$$